

การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตเรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต  
ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ  
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

A Study of Matthayomsuksa II Students' Geometric Proof Abilities in a  
Topic of Geometric Reasoning through Learning Activities with Graphic  
Organizer and Inquiry Process

สาวิตตรี อุ่นทองศิริ

นิสิต ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

E-mail: sawittree.east@gmail.com

สุกัญญา หะยีสานและ

อาจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

E-mail: sukanyah@g.swu.ac.th

อเนก จันทรจรรูญ

อาจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

E-mail: anek@g.swu.ac.th

ขวัญ เพ็ญซ้าย

อาจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

E-mail: khawn@g.swu.ac.th

Sawittree Aunthongsiri

Lecturer, Department of Mathematics, Faculty of Science, Srinakharinwirot University

Sukanya Hajisalah

Lecturer, Department of Mathematics, Faculty of Science, Srinakharinwirot University

Anek Janjaroon

Lecturer, Department of Mathematics, Faculty of Science, Srinakharinwirot University

Khawn Piasai

Lecturer, Department of Mathematics, Faculty of Science, Srinakharinwirot University

รับเข้า: 2 พฤษภาคม 2563 แก้ไข: 8 กรกฎาคม 2563 ตอรับ: 14 กรกฎาคม 2563

## บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก (Graphic Organizer) ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ (Inquiry Process) เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต และ 2) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเขียนผังกราฟิกกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนวังน้ำเย็นวิทยาคม จังหวัดสระแก้ว จำนวน 32 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม ผู้วิจัยใช้เวลาดำเนินการสอน ตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ทั้งหมด 13 คาบ คาบละ 50 นาที หลังจากสอนครบทุกคาบ ผู้วิจัยใช้เวลา 1 คาบ ทำการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต และนำผลที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยสถิติทดสอบ Z และสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน

ผลการวิจัย พบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต มีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 2) ความสามารถในการเขียนผังกราฟิกมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

**คำสำคัญ:** ผังกราฟิก กระบวนการสืบสอบ ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

## Abstract

The purposes of this research were to study the geometric proof abilities of Matthayom Suksa Two students after being taught by using the Graphic Organizer Technique with the Inquiry Process on geometric reasoning and to study the relationship between building Graphic Organizer abilities and the geometric proof abilities of these students. The target group was 32 students of Matthayom Suksa Two selected by the cluster random process from the second semester of the 2019 academic year at Wangnamyen Wittayakom School, Sakaeo. The duration of the research consisted of 13 periods and 50 minutes per session. After being taught using the Graphic Organizer Technique with the Inquiry Process, the researcher used a period to test the geometric proof abilities of the students. The data obtained was compared to the criteria by using a Z-test for population proportion, and then

analyzed the relationship between the scores in terms of building a Graphic Organizer and a Geometric Proof using the Pearson Product Moment Correlation. The findings of the research were as follows: (1) after using the Graphic Organizer Technique with the Inquiry Process on geometric reasoning topics, the geometric proof abilities of the students passed the criteria of over 60% and with a statistically significant level of .05; and (2) after using the Graphic Organizer Technique with the Inquiry Process. The Graphic Organizer of the students associated with geometric proof abilities with a statistical significance of .05.

**Keywords:** graphic organizer, inquiry process, geometric proof ability

## บทนำ

การพิสูจน์เป็นกระบวนการในการให้เหตุผลที่มีระเบียบ แบบแผน ซึ่งมีความสำคัญต่อการนำมาใช้เพื่อหาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผล และอิงตามหลักทางคณิตศาสตร์ (อัมพร ม้าคนอง, 2557: 67) ความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้น มาจากกระบวนการของการพิสูจน์ที่พัฒนาข้อความคาดคะเนให้เป็นข้อความที่เป็นที่ยอมรับและสมเหตุสมผล กลายเป็นกฎหรือทฤษฎีบทที่สามารถนำไปเป็นเหตุเพื่อขยายข้อความรู้ให้กว้างขวางยิ่งขึ้น (ประเสริฐ เสียงดี, 2527: 1) ฉะนั้นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์และการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับสูงจะเกิดขึ้นไม่ได้ หากขาดความรู้ ความเข้าใจในเรื่องการพิสูจน์ (ขวัญ เพี้ยซ้าย, 2547: 1) การพิสูจน์จึงเป็นแก่นของคณิตศาสตร์ และเป็นจุดเริ่มต้นที่จะนำนักเรียนไปสู่ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ (Lucast, 2003: 58)

นักเรียนจึงควรได้รับการเรียนรู้และการเสริมสร้างพื้นฐานที่ดีในการพิสูจน์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจะได้รับการเรียนรู้และฝึกฝนการพิสูจน์ผ่านสาระเรขาคณิต โดยการนำเสนอสมบัติหรือทฤษฎีบททางเรขาคณิตไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 60) โดยเฉพาะเรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นบทที่เน้นการพิสูจน์และนำความรู้ในเรื่องสมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมที่นักเรียนได้เคยเรียนรู้มาใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562: 178) การพิสูจน์ในบทนี้จึงมีความซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งจะช่วยเสริมสร้างความเข้าใจและฝึกทักษะในการพิสูจน์ให้กับนักเรียนได้เป็นอย่างดี

อย่างไรก็ตามการศึกษาหรือการวิจัยในปัจจุบันยังชี้ให้เห็นถึงปัญหาในด้านการพิสูจน์ของนักเรียน อาทิ การศึกษาของ ไตรรงค์ กล้าบุตร (2557: 2) ที่พบว่านักเรียนไม่สามารถนำทฤษฎีบทหรือสมบัติทางเรขาคณิตมาใช้ในการอ้างอิงในการพิสูจน์ได้ ไม่สามารถเขียนข้อความในการพิสูจน์ให้มีความสัมพันธ์และต่อเนื่องหรือเป็นลำดับขั้นตอน และไม่สามารถเริ่มต้นการพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง สอดคล้องกับคำกล่าวของ กรองทิพย์ พงษ์ลิขศรี (2535: 3) ที่ระบุว่าปัญหาในการพิสูจน์เรขาคณิต

ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คือ การไม่รู้แนวทางในการเริ่มต้นการพิสูจน์ ลำดับเหตุผลของการพิสูจน์ไม่เป็นระบบ แยกแยะเหตุและผลที่โจทย์กำหนดไม่ได้ ซึ่งอาจเป็นผลจากการจัดการเรียนการสอนในปัจจุบันที่ยังไม่สามารถพัฒนาทักษะในการพิสูจน์ ครูบางส่วนยังให้ความสำคัญกับการอธิบาย ท่องจำบทนิยาม สมบัติ และทฤษฎีบท (ยุทธชัย ไชยคำภา, 2557: 1) โดยขาดกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนได้เกิดการคิด แก้ปัญหาและลงมือพิสูจน์ด้วยตนเอง บวกกับลักษณะเฉพาะของเนื้อหาการพิสูจน์ที่ค่อนข้างเป็นนามธรรมจึงทำให้การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร

ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาแนวทางหรือวิธีการในการจัดการเรียนรู้ที่จะช่วยแก้ปัญหาและช่วยพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์โดยเฉพาะด้านเรขาคณิต เพื่อให้การพิสูจน์ในระดับพื้นฐานของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษามีประสิทธิภาพ ซึ่งพบว่าเครื่องมือที่จะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อความการพิสูจน์ และลำดับข้อความที่เป็นเหตุและผลได้ด้วยตนเอง นั่นคือ ผังกราฟิก (Graphic Organizer) โดยเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ความรู้ ความคิดและข้อมูลต่าง ๆ แสดงออกมาเป็นรูปธรรม และง่ายต่อการประมวล จัดระเบียบและแยกแยะ ทำให้เห็นถึงกระบวนการคิดที่เป็นลำดับ เห็นความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล และเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ชัดเจนยิ่งขึ้น (สำนักงานราชบัณฑิตยสภา, 2558: 222) และจากผลการวิจัยของ Linares (2008) ซึ่งได้ออกแบบผังกราฟิก และนำมาใช้ในการสอนการพิสูจน์ทางเรขาคณิตให้กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา โดยใช้ชื่อพรูปแมปปิง พบว่านักเรียนมีความสามารถและความมั่นใจในการพิสูจน์สูงขึ้น จากผลการศึกษาและการวิจัยดังกล่าวผู้วิจัยจึงเชื่อว่าผังกราฟิกจะเป็นกลวิธีที่ช่วยแก้ปัญหาและพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ให้กับนักเรียนได้ ทั้งยังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถออกแบบและวางแผนแนวทางการพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง

ผังกราฟิกเป็นเพียงเครื่องมือที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาและจัดระเบียบความคิดได้ดียิ่งขึ้นแต่ยังขาดกระบวนการที่ชัดเจนที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างเป็นขั้นตอน ตามผลการวิจัยของ Chinnappan et al. (2012) ซึ่งกล่าวว่าบทบาทสำคัญอย่างหนึ่งในการพัฒนาการพิสูจน์คือทักษะการแก้ปัญหา นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมและพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและทักษะในการให้เหตุผลเชิงเรขาคณิตควบคู่ไปกับการเรียนรู้เนื้อหาเรขาคณิต จากการศึกษาการวิจัยที่ผ่านมาพบว่า ทักษะการเรียนรู้แบบสืบสอบสามารถช่วยพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหา และทักษะในการแสวงหาความรู้ด้วยตนเองของนักเรียนได้ โดยครูจะเป็นเพียงผู้ตั้งคำถาม และเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้น และสามารถหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำผังกราฟิกมาบูรณาการร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เพื่อจัดเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์และความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ต่อไป

### วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อประเมินความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ
2. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเขียนผังกราฟิก กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

### สมมติฐานการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต มีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการเขียนผังกราฟิกมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

### ขอบเขตการวิจัย

#### ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวังน้ำเย็นวิทยาคม จังหวัดสระแก้ว มีนักเรียนจำนวนรวมทั้งสิ้น 399 คน จาก 11 ห้องเรียน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนวังน้ำเย็นวิทยาคม จังหวัดสระแก้ว จำนวน 32 คน จาก 1 ห้องเรียน จากการใช้วิธีสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ซึ่งนักเรียนในแต่ละห้องจะถูกจัดแบบคละความสามารถ คือ นักเรียนใน 1 ห้องเรียนจะมีนักเรียนทั้งผลการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อน

#### ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ

ตัวแปรตาม แบ่งตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. ตัวแปรตามในวัตถุประสงค์ข้อ 1 คือ ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต
2. ตัวแปรตามในวัตถุประสงค์ข้อ 2 คือ ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต และความสามารถในการเขียนผังกราฟิก

### เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย เนื้อหาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) จำนวน 12 คาบ และเนื้อหาการสร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการออกแบบการพิสูจน์ จำนวน 1 คาบ รวมเป็น 13 คาบ ดังนี้

ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต	จำนวน 2 คาบ
การสร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการออกแบบการพิสูจน์	จำนวน 1 คาบ
การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง	จำนวน 4 คาบ
การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม	จำนวน 6 คาบ

### วิธีการวิจัย

#### การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 13 แผน แผนละ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที โดยมีขั้นตอนการดำเนินงาน ดังนี้

1.1 ศึกษาเนื้อหา มาตรฐานการเรียนรู้ แนวทางการจัดการเรียนรู้ วิธีการวัดและประเมินผลของเรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต รวมถึงกรอบแนวคิด แนวทางของการจัดการเรียนรู้ โดยเทคนิคผังกราฟิกและกระบวนการสืบสอบจากหนังสือ เอกสาร และงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง

1.2 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อพิจารณาและปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำก่อนนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 คน เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความเหมาะสมของกิจกรรม ภาษา และระยะเวลาที่ใช้ จากนั้นทำการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

1.3 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญมาทดลองสอนกับนักเรียนกลุ่มนำร่องที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนวังน้ำเย็นวิทยาคม จังหวัดสระแก้ว จำนวน 38 คน เพื่อหาข้อบกพร่องและปรับปรุงแก้ไข แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อตรวจสอบอีกครั้ง ก่อนนำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตและความสามารถในการเขียนผังกราฟิก เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 4 ข้อ โดยใช้ข้อคำสั่งเดียวกันทั้งการทดสอบการพิสูจน์และการเขียนผังกราฟิก ใช้ทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินงาน ดังนี้

2.1 ศึกษาปริมาณเชิงปฏิบัติการ และแนวทางการวัดประเมินความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตและการเขียนผังกราฟิกจากเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง

2.2 สร้างแบบทดสอบจากแนวทางที่ได้ศึกษา และเสนอที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อให้คำแนะนำในการปรับปรุงแก้ไข จากนั้นเสนอผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 คน ในการพิจารณาและตรวจสอบความสอดคล้องของข้อคำถาม และคัดเลือกข้อสอบที่มีดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป มาสร้างเป็นแบบทดสอบและเสนอต่อที่ปรึกษาปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบและแก้ไขอีกครั้งจนผ่านการพิจารณา

2.3 นำแบบทดสอบที่ผ่านการพิจารณาไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มนำร่อง เพื่อตรวจสอบคุณภาพ ซึ่งได้แก่ ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ซึ่งผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบ พบว่ามีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.36–0.68 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.21–0.37 และค่าความเชื่อมั่นอยู่ที่ 0.62 ซึ่งผ่านเกณฑ์ที่กำหนด จากนั้นนำแบบทดสอบดังกล่าวไปทดลองกับนักเรียนตัวอย่างต่อไป

#### การเก็บรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง โดยใช้แบบแผนการทดลองแบบ One-Group Posttest Only Design ซึ่งมีรายละเอียดของแบบแผนตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการนำเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนมีความพร้อมและเข้าใจบทบาทในกิจกรรมการเรียนรู้

2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ตามแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 13 คาบ คาบละ 50 นาที เมื่อเสร็จสิ้นการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) เป็นเวลา 1 คาบ 45 นาที โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตและความสามารถในการเขียนผังกราฟิก เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

3. ผู้วิจัยตรวจสอบความถูกต้องของผลการทดสอบจากนักเรียนกลุ่มตัวอย่างและคัดเลือกตัวแทนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง เพื่อทำการสัมภาษณ์เกี่ยวกับการนำผังกราฟิกไปใช้ในการพิสูจน์ของนักเรียน

4. ผู้วิจัยตรวจให้คะแนนจากแบบทดสอบ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์วิธีทางสถิติ เพื่อตรวจสอบสมมติฐาน ดังนี้

4.1 นำคะแนนการพิสูจน์ที่ได้จากแบบทดสอบ ทดสอบสมมติฐานที่ว่า ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผัง

กราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ด้วยการทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion)

4.2 นำคะแนนการพิสูจน์และคะแนนการเขียนผังกราฟิก ที่ได้จากแบบทดสอบในข้อที่มีการกำหนดการสร้างผังกราฟิก ทดสอบสมมติฐานที่ว่า ความสามารถในการเขียนผังกราฟิกมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ด้วยการวิเคราะห์ค่าสหสัมพันธ์เพียร์สัน (Pearson Product Moment Correlation)

### ผลการวิจัย

คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตและความสามารถในการเขียนผังกราฟิกของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ จากนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 32 คน ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลข้อมูลออกเป็นตาราง ดังนี้

**ตารางที่ 1** ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตจากแบบทดสอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน (คน)	คะแนนเต็ม	$\bar{x}$	SD
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	32	40	29.50	5.97

จากตารางที่ 1 พบว่า นักเรียนมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต หลังการจัดการเรียนรู้เท่ากับ 29.50 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.97

**ตารางที่ 2** ผลการทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังผ่านการจัดการเรียนรู้

จำนวน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ (คน)	ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	Z	P-Value
32	27	84.375	2.81*	0.002

\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 2 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต มีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

**ตารางที่ 3** ผลการทดสอบค่าสหสัมพันธ์เพียร์สันระหว่างคะแนนความสามารถในการเขียนผังกราฟิก  
กับคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

การทดสอบ	Pearson Correlation	Sig.
ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเขียนผังกราฟิก และความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต	0.79*	0.00

\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 3 พบว่าความสามารถในการเขียนผังกราฟิกมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันในระดับสูงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

**อภิปรายผล**

1. ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิตผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่กำหนด จึงนำมาสู่การอภิปรายผลได้ดังนี้

1.1 การนำผังกราฟิกมาใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อวางแผนการพิสูจน์ ช่วยให้นักเรียนสามารถออกแบบและวางแผนการพิสูจน์ที่เป็นระบบด้วยตนเอง จากการที่นักเรียนรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ อาทิ เงื่อนไขที่โจทย์กำหนด สิ่งที่ต้องการพิสูจน์ สมบัติ ทฤษฎีบทและความรู้ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง แล้วจัดบันทึกเป็นรูปธรรมบนผังกราฟิก ทำให้นักเรียนมองเห็นภาพรวมของข้อมูลและสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์และเชื่อมโยงข้อมูลต่าง ๆ จนเกิดเป็นแนวทางไปยังข้อสรุปและแก้ปัญหาการพิสูจน์ได้สอดคล้องกับการวิจัยของ กมล นาคสุทธิ (2559) ซึ่งพบว่าการสร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการพิสูจน์โดยใช้ชื่อว่าพรู้ฟแมปปิง ช่วยให้นักเรียนสามารถมองเห็นแนวทางและวิธีการพิสูจน์จากภาพรวมของกระบวนการและการจัดการความคิดที่อยู่ในผังกราฟิก

1.2 การใช้ผังกราฟิกทำให้นักเรียนสามารถเริ่มต้นการพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง จากการทำความเข้าใจถึงปัญหาหรือคำถามในการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้อง ซึ่งอาจเป็นผลมาจากขั้นตอนของการสร้างผังกราฟิกที่กำหนดให้นักเรียนต้องระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ลงบนผังกราฟิกเป็นอันดับแรก จึงทำให้นักเรียนสามารถแยกแยะข้อมูลในส่วนของเหตุและผลที่โจทย์กำหนดให้ได้ และรู้ถึงจุดมุ่งหมายของการพิสูจน์ในข้อนั้น ๆ ซึ่งจะเป็นแนวทางในการวางแผนการพิสูจน์ในขั้นอื่น ๆ เป็นไปตามผลการวิจัยของ ธนพรพรช พุททะวัน (2560: 173) ที่พบว่าหนึ่งใน

ประเด็นสำคัญที่เป็นปัญหาในการพิสูจน์ของนักเรียนคือขั้นของการทำความเข้าใจโจทย์ เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่ต้องพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ผังกราฟิกจึงกลายเป็นตัวช่วยในการเริ่มต้นการพิสูจน์และช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหาการพิสูจน์ได้ดียิ่งขึ้น

1.3 ผังกราฟิกเป็นสื่อรูปธรรมที่ช่วยให้การเรียนรู้การพิสูจน์ของนักเรียนง่ายขึ้น ช่วยให้ครูและนักเรียนสามารถนำเสนอและแลกเปลี่ยนแนวคิดในการวางแผนการพิสูจน์แต่ละขั้นตอนได้อย่างละเอียด ผังกราฟิกช่วยถ่ายทอดความคิดและความเข้าใจของนักเรียนได้ครบถ้วนและสะดวกมากขึ้นจากการใช้ภาษาของนักเรียนเอง นักเรียนจึงสามารถเพิ่มเติมและนำเสนอข้อมูลหรือแนวคิดต่าง ๆ ได้อย่างหลากหลายและอิสระมากกว่าการเขียนพิสูจน์แบบบรรยายหรือแบบสองคอลัมน์ที่มีรูปแบบที่เป็นทางการ ช่วยให้ครูได้เห็นความคิดของนักเรียนได้รอบด้านมากขึ้น ทั้งแนวคิดหลักที่ใช้ ที่มาของแนวคิด ความรู้หรือความเข้าใจในเรขาคณิตเดิมที่นักเรียนนำมาอ้างอิง จึงช่วยให้การประเมินของครูมีความแม่นยำมากขึ้น สามารถมองเห็นปัญหาหรือความเข้าใจที่ผิดพลาดของนักเรียนผ่านกระบวนการความคิดที่นำเสนอในผัง และสามารถชี้แนะให้ความเข้าใจที่ถูกต้องได้อย่างตรงจุดตามที่ Bromley, Irwin-Devitis, and Modlo (1995: 14-16) ได้กล่าวถึงประโยชน์หนึ่งของการนำผังกราฟิกมาใช้ในการเรียนการสอนว่าผังกราฟิกสามารถนำมาเป็นเครื่องมือในการประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนได้ เพราะผังกราฟิกคือแผนภาพที่เป็นสื่อและแสดงสิ่งที่นักเรียนรู้ออกมา ทั้งการวางแผน การจัดระบบ การเขียนและแนวคิดที่มี

1.4 การเรียนรู้การพิสูจน์ทางเรขาคณิตตามกระบวนการแบบสืบสอบ เป็นวิธีที่ให้นักเรียนได้มีบทบาทและมีส่วนร่วมในการสร้างมโนทัศน์การพิสูจน์ด้วยตนเอง ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกการพิสูจน์และมีความเข้าใจในการพิสูจน์ได้ดียิ่งขึ้น โดยคำถามของครูและกิจกรรมตามกระบวนการสืบสอบจะกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความท้าทายและกระตือรือร้นที่จะแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนเกิดการคิด และได้เสนอความคิดผ่านการตอบคำถามในแต่ละขั้นของกระบวนการสืบสอบ ในขั้นตั้งสมมติฐานซึ่งเป็นขั้นที่นักเรียนจะได้วิเคราะห์เพื่อค้นหาแนวทางในการพิสูจน์ พบว่าในขั้นนี้นักเรียนได้เกิดการแลกเปลี่ยนความคิดขึ้น จากการนำเสนอแนวทางในการพิสูจน์ของตนซึ่งต้องอาศัยความรู้เดิมทางเรขาคณิตที่ตนมี และทำการวิเคราะห์ร่วมกันกับนักเรียนคนอื่น ๆ ถึงความสมเหตุสมผลและความถูกต้องของแนวคิดที่เพื่อนนักเรียนเสนอ เกิดเป็นบรรยากาศแห่งการเรียนรู้ที่นักเรียนเป็นศูนย์กลางและมีบทบาทหลักในการสร้างความรู้ในการพิสูจน์ ทำให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ สอดคล้องกับผลการวิจัยของ ญัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์ (2559: 106) ที่กล่าวว่ารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่เน้นให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเองจะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ในสิ่งที่เรียนมากยิ่งขึ้น ทั้งยังพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน ซึ่งเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของความสามารถในการพิสูจน์

1.5 การจัดการเรียนรู้โดยใช้คำถามตามขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบ ทำให้นักเรียนได้ฝึกการคิดและลงมือแก้ปัญหาในการพิสูจน์อย่างเป็นขั้นตอน จากการสอบถามและสังเกตนักเรียนถึงกระบวนการแก้ปัญหาในการพิสูจน์ ผู้วิจัยพบว่านักเรียนที่วางแผนการพิสูจน์โดยใช้วิธีการตั้งคำถามกับตนเองในแต่ละขั้นตอนของการทำ และลงมือหาคำตอบในแต่ละขั้นไปเรื่อย ๆ ซึ่งมีผลทำให้นักเรียนสามารถดำเนินการพิสูจน์ในข้อที่ได้รับมอบหมายนั้นได้ด้วยตนเองตั้งแต่ต้นจนจบ ซึ่งอาจเป็นผลมาจากการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบสอบที่มีการใช้คำถามอย่างเป็นขั้นตอนกับนักเรียน สอดคล้องกับ จินต์ จิระรียากุล (2556: 99) ซึ่งกล่าวว่าการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ เป็นการเรียนรู้ตามลำดับขั้นตอนที่สัมพันธ์กันและมีความต่อเนื่อง ทำให้นักเรียนสามารถคิดและแก้ปัญหอย่างเป็นกระบวนการทางวิทยาศาสตร์

2. ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการเขียนผังกราฟิก (Graphic organizer) มีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งขึ้น โดยผู้วิจัยสามารถอภิปรายสาเหตุที่ผลวิจัยเป็นดังกล่าวได้ดังนี้

2.1 การใช้ผังกราฟิกที่มีรูปแบบและภาษาอย่างง่ายตามการออกแบบของนักเรียน ทำให้นักเรียนมีอิสระที่จะเพิ่มแนวคิด ความรู้เดิมหรือข้อมูลต่าง ๆ นอกเหนือจากเฉพาะข้อมูลที่โจทย์กำหนดและคาดการณ์ว่าจะเกี่ยวข้องกับปัญหาการพิสูจน์ลงในผังได้อย่างอิสระ ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่หลากหลายขึ้น จึงสามารถที่จะพิจารณาแนวทางการพิสูจน์ของปัญหาที่ซับซ้อนและต้องอาศัยความรู้เดิมทางเรขาคณิต โดยเฉพาะการพิสูจน์ในบทเรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิตที่ผู้วิจัยกำลังศึกษา ที่มีการนำความรู้ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบททางเรขาคณิตเดิมจากในเรื่องเส้นขนาน และความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาเป็นส่วนหนึ่งของการอ้างอิงในการพิสูจน์ค่อนข้างมาก การเขียนผังกราฟิกจึงช่วยให้นักเรียนสามารถเพิ่มเติมข้อมูลต่าง ๆ และวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เกี่ยวข้องได้อย่างครบถ้วนและนำไปสู่การแก้ปัญหาการพิสูจน์ สอดคล้องกับคำกล่าวของ วิมล ทองผิว (2556: 107) ที่กล่าวว่าผังกราฟิกมีรูปแบบที่หลากหลายขึ้นอยู่กับเนื้อหาและการคิดสร้างสรรค์ จึงทำให้นักเรียนสามารถเสนอความคิดในรูปแบบที่ตนเองชอบ และการเรียนรู้ด้วยผังกราฟิกเป็นการเรียนรู้โดยเชื่อมโยงระหว่างความรู้ที่ได้รับกับความรู้เดิม ผ่านกระบวนการจัดกระทำข้อมูลให้อยู่ในรูปที่เข้าใจง่าย ซึ่งเป็นการช่วยพัฒนาการจักระบบการเรียนรู้ของนักเรียน

2.2 การสร้างผังกราฟิกเป็นกระบวนการที่ช่วยให้นักเรียนวางแผนและเรียบเรียงเค้าโครงของการพิสูจน์ให้เป็นลำดับและสมเหตุสมผลก่อนนำไปเขียนเป็นการพิสูจน์แบบสองคอลัมน์ที่เป็นทางการ จากขั้นตอนของการสร้างผังกราฟิกที่มีการกำหนดแนวทางของการพิสูจน์อย่างคร่าวไว้ในแต่ละขั้นตอน เริ่มตั้งแต่ขั้นการระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดและข้อมูลที่เกี่ยวข้อง มองหาความสัมพันธ์ของ

ข้อมูลและเชื่อมโยงไปสู่ผลสรุป ตลอดจนขั้นตอนของการเรียบเรียงแนวทางการพิสูจน์ที่อยู่ในผังกราฟิกให้เป็นไปตามลำดับของเหตุผล ซึ่งกระบวนการดังกล่าวช่วยให้นักเรียนเข้าใจถึงระเบียบวิธีของการวางแผนการพิสูจน์และช่วยให้การเขียนพิสูจน์ของนักเรียนมีความเป็นระเบียบและลำดับขั้นตอนสอดคล้องกับ กระบวนการ สุพิชญ์ และ สันติ วิจักขณาลัญณ์ (2558: 35) ซึ่งกล่าวว่าผังกราฟิกเป็นการเตรียมเค้าโครงของการนำเสนอทั้งในรูปแบบการพูดหรือการเขียน ซึ่งจะช่วยให้เกิดการลำดับความคิดและนำเสนอได้อย่างเป็นระบบ

2.3 จากการสัมภาษณ์ถึงการนำผังกราฟิกไปใช้ในการพิสูจน์ของนักเรียน นักเรียนให้ความเห็นในทำนองเดียวกันว่า ผังกราฟิกช่วยให้การเขียนพิสูจน์ของนักเรียนง่ายขึ้น เพราะทำให้นักเรียนเกิดการคิดและวางแผนก่อนที่จะเขียนการพิสูจน์จริง ผังจะช่วยเรียบเรียงข้อมูลและสิ่งที่นักเรียนคิดทั้งหมดออกมาบนกระดาษ เพื่อไม่ให้เกิดการลืมและสับสนถึงที่มาของข้อมูล แต่ทั้งนี้ นักเรียนให้ความเห็นว่าผังกราฟิกเหมาะสมที่จะนำไปใช้กับปัญหาการพิสูจน์ที่มีความซับซ้อนมากกว่า เพราะการพิสูจน์บางอย่างที่ไม่ซับซ้อน นักเรียนสามารถที่จะคิดวางแผนการพิสูจน์ในใจและลงมือเขียนการพิสูจน์แบบสองคอลัมน์ได้เลย โดยไม่ต้องอาศัยการเขียนผังกราฟิกก่อน

## ข้อเสนอแนะ

### ข้อเสนอจากการวิจัย

1. ครูสามารถนำเทคนิคผังกราฟิกและกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาอื่น ๆ ทั้งนี้ควรมีการเลือกรูปแบบหรือออกแบบผังกราฟิกที่จะใช้ให้มีความเหมาะสมกับเนื้อหาหรือจุดประสงค์ของการนำผังกราฟิกมาใช้ประกอบเนื้อหาในการสอนในเรื่องนั้น ๆ
2. กิจกรรมหรือคำถามที่ใช้ในกระบวนการสืบสอบควรเป็นคำถามที่มีความท้าทายและกระตุ้นการคิดของนักเรียน อย่างไรก็ตามควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานและความแตกต่างของนักเรียนว่าเหมาะสมกับการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนเป็นศูนย์กลางและเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเองหรือไม่
3. ในการจัดการเรียนรู้เรื่องการพิสูจน์ทางเรขาคณิต นักเรียนมีความจำเป็นที่จะต้องนำความรู้ทางเรขาคณิตเดิมมาใช้เชื่อมโยงจนเกิดเป็นความรู้ใหม่ ครูจึงควรมีการทบทวนหรือทดสอบความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตก่อนเรียน เพื่อให้มั่นใจว่านักเรียนจะมีความพร้อมและความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตที่เพียงพอต่อการเรียนรู้

### ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. จากผลการวิจัยที่พบว่าการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ สามารถพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตในเรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิตได้ จึงอาจมีการนำกิจกรรมดังกล่าวมาศึกษากับเนื้อหาอื่นที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ ทั้งในด้านเรขาคณิตหรือด้านอื่น ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์

2. อาจมีการพัฒนารูปแบบหรือออกแบบผังกราฟิกที่สามารถนำไปใช้ในเนื้อหาหรือจุดประสงค์อื่น ๆ ที่มีความเป็นนามธรรมนอกเหนือจากการนำมาใช้วางแผนการพิสูจน์ เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผังกราฟิกกับตัวแปรอื่น อาทิ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการคิดวิเคราะห์

### เอกสารอ้างอิง

- กมล นาคสุทธิ. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิครูปร่างแปดในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- กรรณิการ์ สุพิชญ์ และ สันติ วิจักขณาลัญญ์. (2558). *ผังกราฟิก : เครื่องมือช่วยการเรียนรู้. วารสารศิลปะศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี*, 11(2) กรกฎาคม-ธันวาคม 2558: 19-39.
- กรองทิพย์ พงษ์ลิ้มศรี. (2535). การสอนพิสูจน์เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหา. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: ชุมชนุสกรรมการเกษตรแห่งประเทศไทย.
- ขวัญ เพ็ญชัย. (2547). การศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนสำคัญที่สุดของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ระดับปริญญาตรี. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- จินต์ จิระรียากุล. (2556). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ โดยใช้โปรแกรม Tinker Plots เรื่อง สถิติ ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษามัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้และสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ไตรรงค์ กล้าบุตร. (2557). การพัฒนาชุดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- ธนพรพรช พุกกะวัน. (2560). การศึกษาความสามารถและปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของ นักศึกษา หลักสูตรศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต. วารสารวิจัย มสท สาขามนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์, 13(2) พฤษภาคม-สิงหาคม 2560: 167-184.
- ประเสริฐ เสียงดี. (2527). การศึกษาปรัชญาทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ยุทธชัย ไชยคำภา. (2557). การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องวงกลมเพื่อ เสริมสร้างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผสมทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์กับแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นฐาน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- วิมล ทองผิว. (2556). การพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์โดยใช้รูปแบบการสอนผังกราฟิก สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาเทคโนโลยีการวิจัย และพัฒนาหลักสูตร คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้น พื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือแห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สำนักงานราชบัณฑิตยสภา. (2558). พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ร่วมสมัย ฉบับราชบัณฑิตย สภา. กรุงเทพฯ: สำนักงานราชบัณฑิตยสภา.
- อัมพร ม้าคนอง. (2557). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. กรุงเทพฯ: ศูนย์ส่งเสริมการพัฒนา นวัตกรรม จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Bromley et al. (1995). *Graphic organizers: Visual strategies for active learning*: Scholastic Professional Books.



- Chinnappan et al. (2012). *Knowledge use in the construction of geometry proof by Sri Lankan students*. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(4), 865-887.
- Linares, L. (2008). **The Effects of a Proof Mapping Instructional Technique on High School Geometry Students and Their Ability to Write Geometric Proofs**. (Master's thesis). University of California, Davis.
- Lucast, E. K. (2003). **Proof as method: A new case for proof in mathematics curricular**. Unpublished master thesis. Pittsburgh, PA, USA: Carnegie Mellon University.