



A study of Representation and Mathematical Problem Solving for Mathayomsuksa I students

Yatawee Suksawat¹ & Yuthapong Thipchart²

Received	Reviewed	Revised	Accepted
06/06/2024	16/06/2024	02/07/2024	07/07/2024

Abstract

The purposes of this study were to (1) study the representation of Mathayomsuksa 1 students, (2) study the mathematical problem solving of Mathayomsuksa 1 students, (3) study the relation between the representation and Mathematical problems solving for Mathayomsuksa 1 students. With a purposive sampling, purposive sampling were 80 students from the seven grade class had two classes was 1/6 and 1/8, Sarakham Pittayakhom School, Mueang Maha Sarakham, Maha Sarakham province, Under the jurisdiction of the Secondary Educational Service Area Office 26. Research tools were a representation test, a mathematical problem solving test, and an interview form of solving mathematical problems. Statistics for research were percentage, average, standard deviation, pearson correlation coefficient and a case study method. Data were presented through descriptive analysis.

The results of the study were as follow: (1) the level of representation of most Mathayomsuksa 1 students was at a moderate level, representing 52.50 percent, followed by a low level, it is 33.75 percent and is at a high level, represented as 13.75 percent (2) The mathematical problem solving of the Mathayomsuksa 1 students mostly at mathematical problem solving is in fairly level, representing 38.75 percent, and (3) the relation between representation and mathematical problem solving is a high level. With a correlation coefficient of .814 and from the interviews, it was found that students at a

¹ Rajabhat Maha Sarakham University, Email: 658010160104@rmu.ac.th

² Rajabhat Maha Sarakham University, Email: yuthapong.t@rmu.ac.th



high level be confident in answering questions and solving problems in a sequential and logical manner. Students who are in the middle level Have some confidence in answering questions. Problems are solved sequentially and logically but cannot explain thinking and problem solving. students at a low level Lack of confidence in answering questions There is no sequential and logical solution to the problem. Some people know how to solve problems but cannot use computational thinking skills to solve them.

Keyword: Representation; Mathematical problem solving



การศึกษาการแสดงแทนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ญาดาวิ สุขสวัสดิ์³ และยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ⁴

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดประสงค์เพื่อ (1) ศึกษาการแสดงแทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (2) ศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (3) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงแทนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสารคามพิทยาคม ตำบลตลาด อำเภอเมืองมหาสารคาม จังหวัดมหาสารคาม สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่มัธยมศึกษาเขต 26 จำนวน 2 ห้องเรียน รวมทั้งหมด 80 คน ห้องที่ 1 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/6 จำนวน 40 คน ห้องที่ 2 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/8 จำนวน 40 คน ซึ่งได้โดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แบบทดสอบการแสดงแทน แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างเกี่ยวกับการแสดงแทนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน และใช้วิธีการศึกษาเฉพาะรายกรณี (Case Study Method) โดยนำเสนอข้อมูลด้วย วิพรรณนาวิเคราะห์ (Descriptive Analysis)

ผลการวิจัย พบว่า (1) ระดับการแสดงแทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 52.50 รองลงมาอยู่ในระดับต่ำ คิดเป็นร้อยละ 33.75 และอยู่ในระดับสูง คิดเป็นร้อยละ 13.75 (2) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่ อยู่ในระดับพอใช้ คิดเป็นร้อยละ 38.75 (3) ความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงแทนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันในระดับสูง โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .814 และจากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนที่อยู่ในระดับสูง มีความมั่นใจในการตอบคำถามมีการแก้ไข้ปัญหาเป็นลำดับ

³ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, Email: 658010160104@rmu.ac.th

⁴ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, Email: yuthapong.t@rmu.ac.th



และมีเหตุผล นักเรียนที่อยู่ในระดับปานกลาง มีความมั่นใจในการตอบคำถามบ้าง มีการแก้ไข้ปัญหาเป็นลำดับและมีเหตุผลแต่ไม่สามารถอธิบายการคิดและการแก้ไข้ปัญหาได้ นักเรียนที่อยู่ในระดับต่ำไม่มีความมั่นใจในการตอบคำถาม ไม่มีการแก้ไข้ปัญหาเป็นลำดับและมีเหตุผล บางคนรู้วิธีการแก้ไข้ปัญหาแต่ไม่สามารถใช้ทักษะในการคิดการคำนวณในการแก้ไข้ปัญหาได้

คำสำคัญ : การแสดงแทน,การแก้้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

บทนำ

การแก้้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ขั้นตอนวิธี และ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ กระบวนการคิดแก้้ปัญหา ยุทธวิธีแก้้ปัญหา และประสบการณ์ที่ผู้เรียนมีอยู่แล้วไปใช้ ค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ (IPST., 2007) การให้ความหมายคำว่า "การแก้้ปัญหา" ในลักษณะกระบวนการเป็นที่ยอมรับและใช้กันอย่างแพร่หลาย บุคคลที่เป็นผู้ วางรากฐานแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้้ปัญหาก็คือ โพลยา (Ploya) ซึ่งท่านได้เขียนหนังสือ "How to Solve It" และมีชื่อเสียงมาก หนังสือเล่มนี้กล่าวถึงกระบวนการแก้้ปัญหา ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหาเป็นขั้นที่ผู้เรียนต้องทำความเข้าใจในปัญหา ระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ส่วนที่ โจทย์กำหนดให้ และส่วนที่โจทย์ต้องการทราบ ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้้ปัญหาเป็นขั้นตอนที่ต้องการให้ผู้เรียน ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างส่วนที่โจทย์กำหนดให้กับส่วนที่โจทย์ต้องการทราบที่จะนำไปสู่การหาคำตอบ ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้ผู้เรียนลงมือทำตามแนวทางหรือแผนในการแก้้ปัญหา และขั้นที่ 4 ตรวจสอบกลับ เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้ผู้เรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้และยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้้ปัญหา พร้อมทั้งขยายผลไปสู่องค์ความรู้ที่กว้างขึ้นดังที่ Naowyenphon, P. (2011) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการ แก้้ปัญหาไว้ดังนี้ 1) การแก้้ปัญหาเป็นความสามารถพื้นฐานของมนุษย์ ในชีวิตประจำวันของมนุษย์เรานั้นต้องพบ กับปัญหาและอุปสรรคมากมาย ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีทำให้สภาพแวดล้อมและสังคม เปลี่ยนแปลงไปมนุษย์ต้องใช้ความสามารถในการคิดแก้้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา เพื่อให้สามารถปรับตัวอยู่ในสังคมได้ การที่บุคคลมีชีวิตรอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุขนั้น จำเป็นต้องมีความสามารถในการแก้้ปัญหาอย่างชาญฉลาด ทันเหตุการณ์ และมีประสิทธิภาพซึ่งถือได้ว่าเป็นความสามารถขั้นพื้นฐาน



ของมนุษย์ 2) การแก้ปัญหาทำให้เกิดการค้นพบองค์ความรู้ใหม่ จากการศึกษาประวัติศาสตร์และคณิตศาสตร์ศึกษาพบว่า การคิดแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์นั้นก่อให้เกิดการค้นพบสาระความรู้ใหม่ ๆ ทำให้วิชาคณิตศาสตร์มีการพัฒนา เช่น ความพยายามของนักคณิตศาสตร์หลายท่านในการพิสูจน์สัญพจน์การขนานในเรขาคณิตของยูคลิดมีอิทธิพลต่อการพัฒนาเรขาคณิตแขนงใหม่ ๆ มาก เช่น เรขาคณิตนอกยูคลิด เมื่อพบปัญหา ความพยายามที่จะแก้ปัญหาก็ทำให้เกิดการพัฒนากระบวนการทางความคิดเป็นประสบการณ์ใหม่ ซึ่งเมื่อผสมผสานกับประสบการณ์เดิมจะก่อให้เกิดสาระความรู้ใหม่ ทั้งในเชิงเนื้อหาและวิธีการ 3) การแก้ปัญหาเป็นความสามารถที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เมื่อพิจารณาจุดประสงค์ของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลายความสอดคล้องกันประการหนึ่งของจุดประสงค์ คือการมุ่งให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล สามารถแสดงความคิดออกมาอย่างชัดเจนมีระเบียบและรัดกุมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเนื้อหาที่สำคัญเนื้อหาหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะกระบวนการที่เป็นหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ การแก้ปัญหาช่วยให้ผู้เรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ ความคิดรวบยอดและหลักการต่าง ๆ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาก็จะทำให้เกิดการพัฒนาคูณลักษณะของผู้เรียนที่ต้องการ (Lester, F. K. 1977)

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา แม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหา สาระ เป็นอย่างดี แต่นักเรียนจำนวนไม่น้อยยังคงมีความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงเหตุผล อ้างอิง การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวัน และในการศึกษาต่อไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ (IPST., 2007) และเห็นได้จากผลการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีค่าเฉลี่ยน้อยกว่าวิชาอื่นๆ การแสดงแทน (Representation) ทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งที่สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาหรือที่รู้จักกันในนาม National Council of Teachers of Mathematics ได้กำหนดไว้ในมาตรฐานด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Process Standards) ที่มีอยู่ 5 มาตรฐาน คือ การแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการพิสูจน์ การสื่อสาร การเชื่อมโยง และการใช้ตัวแทน โดยสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้อธิบายถึง หลักสูตรการใช้ตัวแทนว่า ควรจัดให้นักเรียนสามารถ คิดหาวิธีการใช้ตัวแทน การใช้ตัวแทนในการรวบรวมข้อมูล จัดบันทึก ตลอดจนสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้ สามารถเลือก



ประยุกต์ และแปลความหมายของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไปสู่การแก้ปัญหาได้ (Thongsu, K., 2002) การแสดงแทนเป็นหัวใจ สำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งนี้เพราะนักเรียนจะสามารถพัฒนาความเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง ซึ่งตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ เพราะการแสดงแทนเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนสื่อสารความคิดของตนเองได้ (Phubunterm, O., 2007) และจากงานวิจัยของ Thongsu, K. (2002) Banthaththiang, J. (2004) และ Phubunterm, O. (2007) พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การแสดงแทนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ดังนั้นการใช้การแสดงแทนในการแก้ปัญหาจึงเป็นทักษะที่สำคัญที่นักเรียนจะต้องได้รับการฝึกฝนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาการแสดงแทนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสารคามพิทยาคม เพื่อให้ทราบถึงความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงแทนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งจะเป็นข้อเสนอแนะให้นักการศึกษาทั่วไปตระหนักถึงการแสดงแทนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน และจะเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละคน โดยเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับการแสดงแทนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไป

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อศึกษาการแสดงแทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
3. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงแทนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

สมมติฐานการวิจัย

การแสดงแทนมีความสัมพันธ์ทางบวกกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ขอบเขตการวิจัย

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวน 80 คน โรงเรียนสารคามพิทยาคม ตำบลตลาด อำเภอเมืองมหาสารคาม จังหวัดมหาสารคาม สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 26 ซึ่งได้โดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) ซึ่งการจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถภายในแต่ละห้องจะมีทั้งนักเรียนเก่ง



ปานกลาง และอ่อน มีรายละเอียดดังนี้

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/6 จำนวน 40 คน

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/8 จำนวน 40 คน

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ การแสดงแทนและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ เนื้อหาเกี่ยวกับ สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต (เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น) รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แบบทดสอบการแสดงแทนเป็นแบบทดสอบที่กำหนดให้ผู้เข้ารับการทดสอบเนื้อหาในสาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต เป็นแบบทดสอบอัตนัย แสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงวิธีแก้ปัญหาอย่างอิสระด้วยการเขียนตอบ โดยวิธีการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วย 4 รูปแบบ ดังนี้ 1.การแสดงแทนในรูปแบบของการพูดหรือข้อความ 2.การแสดงแทนเป็นรูปภาพหรือกราฟ 3.การแสดงแทนในรูปสถานการณ์ในชีวิตจริง 4.การแสดงแทนในรูปสัญลักษณ์ จำนวน 3 ข้อ โดยปรับปรุงให้เหมาะสมกับบริบทของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสารคามพิทยาคม

2. แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบชนิดแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างอิสระด้วยการเขียนตอบ โดยการวิเคราะห์หลักสูตรแล้วกำหนดปัญหาให้สอดคล้องกับหลักสูตรแล้วกำหนดปัญหาให้สอดคล้องกับหลักสูตรจำนวน 3 ข้อ

3. แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างเกี่ยวกับการแสดงแทนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นแบบสัมภาษณ์ที่มีการเตรียมคำถามไว้ล่วงหน้า โดยผู้ถูกสัมภาษณ์ทุกคนต้องตอบคำถามชุดเดียวกัน และมีการสัมภาษณ์แบบเจาะลึกในบางประเด็นเปิดโอกาสให้ผู้สัมภาษณ์ตอบได้โดยอิสระ เพื่อศึกษาความสามารถในการแสดงแทนของนักเรียนที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน



การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การวิเคราะห์ข้อมูลแบบวัดความเชื่อมั่นในตนเองและแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วนำเสนอด้วยวิธีการวิเคราะห์เชิงพรรณนา (Descriptive Analytics)

2. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อมั่นในตนเองกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson Correlation)

3. การวิเคราะห์ข้อมูลจากการสัมภาษณ์ ใช้แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง ผู้วิจัยได้สรุปประเด็นสำคัญโดยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis)

ผลการวิจัย

ผลการวิจัย สามารถสรุปได้ตามวัตถุประสงค์การวิจัย ดังนี้

1. เพื่อศึกษาการแสดงแทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผลการจำแนกการแสดงแทนของนักเรียนจากแบบทดสอบการแสดงแทน จากการศึกษาคะแนนของนักเรียนจากแบบทดสอบการแสดงแทนทั้ง 3 ระดับ จำนวน 3 ข้อ คะแนนเต็ม 3 คะแนน โดยจำแนกคะแนนของนักเรียนออกเป็นระดับต่ำ ระดับปานกลาง และระดับสูง จากการแบ่งกลุ่มอิงเกณฑ์การจำแนกดังTable 1

Table 1 Number of students classified by level of representation.

การแสดงแทน	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ (%)
ระดับสูง	11	13.75
ระดับปานกลาง	42	52.50
ระดับต่ำ	27	33.75
รวม	80	100

จากTable 1 พบว่านักเรียนที่มีการแสดงแทนอยู่ในระดับต่ำจำนวน 27 คน คิดเป็นร้อยละ 33.75 นักเรียนที่มีความเชื่อมั่นในตนเองอยู่ในระดับปานกลางจำนวน 42 คน คิดเป็นร้อยละ 52.50 นักเรียนที่มีความเชื่อมั่นในตนเองอยู่ในระดับสูงจำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 13.75

สรุปTable 1 การแสดงแทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 52.50 รองลงมามีนักเรียนที่มีการแสดงแทนอยู่ในระดับต่ำ คิดเป็นร้อยละ 33.75 นักเรียนที่มีการแสดงแทนอยู่ในระดับสูง คิดเป็นร้อยละ 13.75



2. เพื่อศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผลการจำแนกการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการศึกษาคะแนนของนักเรียนจากแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ระดับ จำนวน 3 ข้อ คะแนนเต็ม 8 คะแนน โดยจำแนกคะแนนของนักเรียนออกเป็นระดับดีมาก ระดับดี ระดับพอใช้และระดับปรับปรุง จากการแบ่งกลุ่มอิงเกณฑ์การจำแนกดังTable 2

Table 2 Number of students classified according to mathematical problem solving.

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ (%)
ระดับดีมาก	7	8.75
ระดับดี	11	21.25
ระดับพอใช้	31	38.75
ระดับปรับปรุง	25	31.25
รวม	80	100

จากTable 2 พบว่านักเรียนที่มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปรับปรุง จำนวน 25 คน คิดเป็นร้อยละ 31.25 นักเรียนที่มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ จำนวน 31 คน คิดเป็นร้อยละ 38.75 นักเรียนที่มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี จำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 21.25 นักเรียนที่มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 8.75

สรุปTable 2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนมากอยู่ในระดับพอใช้ คิดเป็นร้อยละ 38.75 รองลงมามีนักเรียนที่มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปรับปรุง คิดเป็นร้อยละ 31.25 นักเรียนที่มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี คิดเป็นร้อยละ 21.25 นักเรียนที่มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก คิดเป็นร้อยละ 8.75

3. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงแทนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1



ผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงแทนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งแสดง
ในTable 3 ดังนี้

Table 3 Relationship between representation and mathematical problem solving.

การแสดงแทน	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	ระดับ
	.814*	สูง

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากTable 3 พบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงแทนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันในระดับสูง โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .814

อภิปรายผลการวิจัย

1. ผลการศึกษาการแสดงแทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผลการศึกษาการแสดงแทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัย พบว่า การแสดงแทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง ที่เป็นเช่นนี้เพราะ นักเรียนมีทั้งความมั่นใจและไม่มั่นใจในการตอบคำถาม มีการแก้ไขปัญหาลำดับและมีเหตุผล แต่ยังไม่สามารถอธิบายการคิดได้เป็นขั้นตอน เช่น วางแผนในการแก้ปัญหามาไม่ชัดเจน หรืออาจจะข้ามขั้นตอนไปบ้าง สามารถใช้ทักษะการคิดและการคำนวณในบางค่าได้ถูกต้อง แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้ ซึ่งสอดคล้องกับ Monsuphap, S. (2005) ได้กล่าวว่า การแสดงแทนมีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก เนื่องจากจะเป็นสิ่งที่ทำให้ครูผู้สอนสามารถรู้เกี่ยวกับผู้เรียนว่า ผู้เรียนมีความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หรือไม่ อย่างไร หากผู้เรียนสามารถใช้สัญลักษณ์หรือการแสดงแทนภายนอกได้ถูกต้องโดยไม่มี ความเข้าใจหรือการแสดงแทนภายในอย่างแท้จริง ครูก็สามารถเห็นปัญหาและย้อนกลับไปช่วยปูพื้นฐานได้ นอกจากการแสดงแทนเป็นการแสดงกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์แล้ว การแสดงแทนยังเป็นสื่อกลางในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์กับผู้อื่นและการแสดงแทนยังช่วยสนับสนุนการพัฒนาแห่งความเป็นจริงสู่การเป็นตัวแทน การแสดงแทนเป็นการแก้ปัญหาสำหรับเนื้อหาที่เป็นนามธรรมได้เป็นอย่างดี เพราะทำให้นักเรียนได้ออกแบบและวางแผนทางการปัญหาตามความเข้าใจของตนเอง และยังส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ดี และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Herman, D. (2003) ที่ทำการศึกษาความสัมพันธ์ในแนวทางการแสดงแทนในความเข้าใจความคิดรวบยอดของฟังก์ชันพีชคณิตที่ได้ศึกษารูปแบบไหนของ การแสดงแทนที่ทำให้ นักเรียนได้เข้าใจหลักการแก้ปัญหาพีชคณิต และทำให้นักเรียนเลือกใช้การแสดงแทนแบบนั้น จากชิ้นงาน



นักเรียนใช้สัญลักษณ์พีชคณิตและกราฟ เป็น ส่วนมาก ส่วนตารางมีการใช้หลายตารางเพียงเล็กน้อย อิทธิพลที่มีต่อการเลือกการแสดงผลแทนหนึ่งในการแก้ปัญหาประกอบด้วยความเข้าใจของนักเรียนซึ่งเป็นคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ความเข้าใจของนักเรียนในความเชื่อของครูเกี่ยวกับคุณค่าของการได้รับกระบวนการวิธีและการใช้การแสดงผลแทนโดย ครูให้ตัวอย่างธรรมชาติของการแก้ปัญหา และความเร็วและความถูกต้องแม่นยำซึ่งการแสดงผลแทนสามารถสร้างคำตอบให้กับปัญหาได้เป็นอย่างดี อีกทั้งทำให้ครูได้ทราบถึงความเข้าใจและวิธีการ แก้ปัญหาของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

2. ผลการศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผลการศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัย พบว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ส่วนใหญ่อยู่ในระดับพอใช้ คิดเป็นร้อยละ 38.75 ที่เป็นเช่นนี้เพราะ นักเรียนเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง นักเรียนเลือกวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสม แต่อาจจะเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้องเป็นบางครั้ง และสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์หรือไม่สมบูรณ์บ้าง ซึ่งสอดคล้องกับ Clyde, (1967) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยสรุป ได้แก่ วุฒิภาวะ ประสบการณ์และ ความสามารถในการอ่านของนักเรียน และเมื่อศึกษาในแต่ละทักษะ พบว่าทักษะที่นักเรียนทำคะแนน เฉลี่ยได้มากที่สุดคือ ทักษะการแปลโจทย์คณิตศาสตร์ เป็นทักษะการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใด และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใด ซึ่งสอดคล้อง กับ Ballew and Cunningham, (1982) พบว่าทักษะการแปลความโจทย์ปัญหาเป็นทักษะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุด และสอดคล้องกับ Phubunterm, O. (2007) กล่าวว่า ทักษะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เมื่อจำแนกตามกลุ่มนักเรียน สูง กลาง ต่ำ โดย นักเรียนกลุ่มกลางและกลุ่มต่ำใช้ทักษะการแปลโจทย์คณิตศาสตร์ที่มากที่สุด เช่นเดียวกัน แต่ทักษะที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนเป็นทักษะที่นักเรียนทำคะแนนเฉลี่ยได้น้อยที่สุดคือ ทักษะการวางแผนแก้ปัญหาเป็นทักษะที่นักเรียนต้องวางแผนการแก้ปัญหาเป็นขั้นตอน บอกวิธีการคิดแก้ปัญหา หรือกำหนดตัวแปรและเป็นทักษะที่ต้องหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหา ทฤษฎี กฎ สูตร นิยามเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา และสอดคล้องกับ Angkanaphatkhajorn, W. (2012) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และ ประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา



3. ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงแทนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงแทนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงแทนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันในระดับสูง โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .814 เป็นเช่นนั้นเพราะว่าการที่มีการแสดงแทนในระดับสูงจะ นักเรียนจะมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงด้วย เพราะการแสดงแทนต้องอาศัยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ร่วมในการแก้ปัญหาคือ Will, W. (2011) กล่าวว่า การแก้ปัญหาและการแสดงแทนถูกใช้ไปพร้อม ๆ กันในสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นองค์ประกอบร่วมกันในการเรียนและทำความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนจะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง เนื่องจากการช่วยให้เข้าใจในโมโนทัศน์ของคณิตศาสตร์ที่กำลังเรียนได้ดีมากขึ้น จากเหตุผลดังกล่าวจึงทำให้การแสดงแทนมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเนื่องจากคณิตศาสตร์เนื้อหาส่วนใหญ่เป็นลักษณะนามธรรม ยากต่อการเข้าใจ การใช้การแสดงแทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น เพราะการใช้การแสดงแทนจะช่วยสร้างความคิดรวบยอดในการเรียนเรื่องนั้นๆ นอกจากนี้ยังช่วยลดความเป็นนามธรรมและช่วยสร้างความรู้และทักษะความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการเรียนรู้นั้น การใช้การแสดงแทนในการแก้ปัญหา จะช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์กับ สิ่งแวดล้อมได้ การแสดงแทนเป็นสิ่งที่พัฒนาความเข้าใจของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ พัฒนารูปแบบของการคิด และการให้เหตุผลและพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีการแสดงแทนแตกต่างกัน พบว่านักเรียนที่มีการแสดงแทนอยู่ในระดับสูงจะมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง และนักเรียนที่มีการแสดงแทน อยู่ในระดับต่ำจะมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปรับปรุง และจากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนที่มีการแสดงแทนอยู่ในระดับสูง จะมีความมั่นใจ ในการหาคำตอบ สามารถคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมีเหตุผล จึงอธิบายแนวความคิดได้ สามารถใช้ทักษะการคำนวณได้อย่างถูกต้องแม่นยำ และนำความรู้ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ที่เป็นเช่นนี้เพราะนักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาและดำเนินการตามแผนที่วางไว้ได้ นักเรียนมีความรู้พื้นฐานทาง คณิตศาสตร์อย่างเพียงพอ และนักเรียนสามารถใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เพื่อคิดคำนวณหาคำตอบ ของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องเหมาะสม มีความสมเหตุสมผล ซึ่งสอดคล้องกับ Fisher, R. (1987) กล่าวว่า การใช้กระบวนการการแก้ปัญหาเป็นแนวทางในการช่วยนักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาโครงสร้างคณิตศาสตร์



และแนวทางสถานการณ์ปัญหาในบริบทที่หลากหลาย และสามารถช่วยให้นักเรียนพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ และนักเรียนที่มีการแสดงแทนอยู่ในระดับต่ำ จะไม่มีความมั่นใจในการตอบคำถาม และบางคนไม่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ได้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ ไม่สามารถบอกลำดับขั้นตอนของแนวคิดได้ถูกต้องทั้งหมด เช่น ไม่มีทักษะการคำนวณ ทำให้ไม่แม่นยำในการคำนวณหาคำตอบ จึงทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Bellard, A. (2000) กล่าวว่า นักเรียนที่ประสบความสำเร็จและไม่ประสบความสำเร็จในการใช้การแสดงแทนมีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด นักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาสามารถวิเคราะห์ปัญหา ค้นพบวิธีหาคำตอบและทราบว่าจะใช้แผนภาพเวนน ใช้สัญลักษณ์เมื่อไรและอย่างไร ส่วนนักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะไม่ทราบว่าต้องแก้ปัญหาอย่างไรและไม่เข้าใจว่า 1) การแสดงแทนอย่างไรจะช่วยให้ปัญหาชัดเจน 2) จุดมุ่งหมายของการใช้การแสดงแทนคืออะไร และ 3) การแสดงแทนแบบใดที่ใช้ในการแก้ปัญหา ผู้วิจัยเสนอแนะว่านักเรียนจำเป็นต้องฝึก การแปลความหมายของการแสดงแทน ต้องเข้าใจลักษณะการใช้การแสดงแทนที่หลากหลายและต้องฝึกการใช้การแสดงแทนในลักษณะที่ต่างกักัน

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 ผลการวิจัยใช้เป็นข้อมูลประกอบการพิจารณาในการจัดหลักสูตรของสถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อนำเสนอเนื้อหาและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสม กับการแสดงแทนของนักเรียน หรือส่งเสริมระดับการแสดงแทนของนักเรียนสูงขึ้น

1.2 เป็นข้อเสน�택ให้ผู้ที่มีนำผลการวิจัยไปใช้ตระหนักในการส่งเสริมกิจกรรมการเรียนรู้ที่ เหมาะสมกับการแสดงแทนและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และนำไปสู่การพัฒนาทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1.3 เป็นข้อเสน�택ให้ผู้ที่มีนำผลการวิจัยไปใช้ตระหนักในความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงแทน กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ โดยการส่งเสริมให้เด็ก มีระดับการแสดงแทนให้อยู่ในระดับสูงและจะช่วยพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้อยู่ในระดับสูงขึ้นเช่นกัน รวมทั้งพัฒนาการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาอื่นๆ ที่เกี่ยวกับพีชคณิตให้เหมาะกับนักเรียนมากยิ่งขึ้น

2. ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป



2.1 ควรศึกษาเปรียบเทียบการแสดงผลงานของนักเรียนตามขนาดโรงเรียน หรือ ตามเพศ หรือตามระดับชั้นในแต่ละช่วงชั้น

2.2 ควรมีการศึกษาการแสดงผลงานที่มีความสัมพันธ์ตัวแปรอื่น ๆ เช่น ระดับของพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิต ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการคิดคำนวณ เป็นต้น

References

- Angkanaphatkajorn, W. (2012). *Complete set of things that mathematics teachers should know: Teaching curriculum and research*. Bangkok: Charansanitwong Publishing.
- Ballew, H. and Cunningham, J., W. (1982). *Diagnosing strengths and weaknesses of sixth-grade students in solving word problems*. Journal for research in mathematics education.
- Banthatthiang, J. (2004). *Results of using activity points that promote mathematical skills/ processes. Regarding the use of agents, ranking pairs and graphs For Mathayom1 students*. Master of Education Thesis (Secondary Education). Bangkok: Srinakharinwirot University.
- Bellard, A. (2000). *Student Use of Multiple Representations in Mathematical Problem Solving*. Dissertation Abstracts International.
- Clyde, Corle G. (1967). *Teacher Mathematics in the Elementary School*. New York: Ronald
- Fisher, R. (1987). *Problem solving in Pimary school*. Great Britain: Basil Blackwell.
- Herman, D. (2003). *Stories as a tool for thinking*. Narrative theory and the cognitive sciences. Center for the Study of Language and Information.
- Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2007). *Mathematics skills/processes*. Bangkok: Teacher Printing House Ladprao.
- Lester, F.K. (1977). *Ideas about Problem Solving: A Look at Some Psychological Research*. Arithmetic Teacher.



- Monsuphap. S. (2005). *Creating exercises to analyze fraction problems by using representations. For Mathayom 1 students with low academic performance.* Master of Education Thesis. Srinakharinwirot University.
- Naoyenphon, P. (2011). *Compilation of subject matter for organizing learning experiences in mathematics.* Nonthaburi: Sukhothai Thammathirat Open University Press.
- Phubunterm, O. (2007). *A study of the ability to solve mathematical problems regarding equation problems of Mathayom 1 students by using representations.* Master of Education Thesis (Secondary Education). Bangkok: Srinakharinwirot University
- Thongsu. K. (2002). *Development of an investigative mathematics activity set. To promote the use of representation on systems of linear equations Mathayom 3 level.* Master of Education Thesis (Secondary Education). Bangkok: Srinakharinwirot University.
- Will, W. (2011). *Algebraic Thinking: A Problem Solving Approach.* Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia.

