



A Study of Algebraic Thinking and Mathematical Reasoning for grade seven students

Natinee Khodkam¹ & Yuthapong Thipchart²

Received	Reviewed	Revised	Accepted
17/05/2023	03/06/2023	21/06/2023	28/12/2023

Abstract

This research article aims to 1) study the level of algebraic thinking of the seven grade students, 2) study the level mathematical reasoning of the seven grade students, and 3) study the relation between the algebraic thinking and mathematical reasoning of the seven grade students. The target group used in this research was a grade seven students at Tha Khon Yang Pittayakhom School. Kantharawichai District, Maha Sarakham Province, In the second semester of the academic year 2022, 83 people. Research tools were a level of algebraic thinking quiz, a mathematical reasoning quiz, and and semi-structure interviews about algebraic thinking and mathematical reasoning. Statistics for research were percentage, average, standard deviation and pearson correlation coefficient. Data were presented through descriptive analysis.

The results of the study revealed that: 1) The algebraic thinking of the seven grade students mostly at level 3 Multi-Structural, representing 28.92 percent, 2) mathematical reasoning of the seven grade students mostly at level 3 Informal Quantitative Reasoning, representing 53.01 percent, and 3) the relation between the algebraic thinking and mathematical reasoning is very related. With the coefficient of relations equal to .797. And from the interviews, it was found that students with level 5 Extended Abstract algebraic thinking were able to find answers and be able to explain concepts and solve problems. and can check the correctness of the answers they give themselves. Students with Level 4 Relational Algebraic Thinking can find the correct answer. and can check the correctness of some answers. Students with level 3 Multi-Structural Algebraic Thinking are able to explain concepts and solve problems. Can use thinking skills and calculations correctly in some items. Students with level 2 Unistructural Algebra Thinking know how to solve problems. but cannot use their thinking and numeracy skills to find the answer. And students with Level 1 Prestructural Algebraic Thinking were able to tell variables. but unable to calculate the answer.

Keyword : Algebraic Thinking; Mathematical Reasoning

¹ Rajabhat Maha Sarakham University, Email: 648010160105@rmu.ac.th

² Rajabhat Maha Sarakham University, Email: yuthapong.t@rmu.ac.th



การศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ณิธิ ขอดคำ³ และยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ⁴

บทคัดย่อ

บทความวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษากระบวนการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 2) ศึกษากระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 3) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนท่าขอนยางพิทยาคม อำเภอกันทรวิชัย จังหวัดมหาสารคาม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 83 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต แบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์ กิ่งโครงสร้างเกี่ยวกับการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน โดยนำเสนอข้อมูลด้วยวิธีพรรณนาวิเคราะห์ (Descriptive Analysis)

ผลการวิจัย พบว่า 1) การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 3 หลายมุมมอง คิดเป็นร้อยละ 28.92 2) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 3 การให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการ โดยจะมีกลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล คิดเป็นร้อยละ 53.01 3) ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันมาก โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .797 และจากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 5 ขยายนามธรรม นักเรียนสามารถหาคำตอบได้ สามารถอธิบายแนวคิดและแก้ปัญหาได้ และสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ตนเองให้ได้ นักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 4 เห็นความสัมพันธ์ นักเรียนสามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ และสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ตนเองให้ได้บางส่วน นักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 3 หลายมุมมอง นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดและการแก้ปัญหาได้ สามารถใช้ทักษะการคิดและการคำนวณได้อย่างถูกต้องในบางส่วน นักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 2 มุมมองเดียว นักเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาคิดแต่ไม่สามารถใช้ทักษะในการคิด การคำนวณในการหาคำตอบได้ และนักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 1 ก่อนจะมีมุมมอง นักเรียนสามารถบอกตัวแปรได้ แต่ไม่สามารถคิดคำนวณหาคำตอบได้

คำสำคัญ : การคิดเชิงพีชคณิต; การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

³ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, Email: 648010160105@rmu.ac.th

⁴ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, Email: yuthapong.t@rmu.ac.th



บทนำ

เนื้อหาในสาระพีชคณิตมีความสำคัญสำหรับนักเรียนและมีบทบาทสำคัญในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Stacey, 2000) เป็นองค์ประกอบหลักของหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนทุกคน คนส่วนใหญ่จะเข้าใจพีชคณิตว่าเป็นวิชาที่ว่าด้วยการแก้สมการที่ซับซ้อนหรือการดำเนินการเกี่ยวกับนิพจน์ และจะต้องเกี่ยวข้องกับเรื่องของตัวแปร (NCTM, 2000) แต่พีชคณิตนั้นเป็นวิชาที่ศึกษาเกี่ยวกับโครงสร้าง ความสัมพันธ์ และจำนวนพีชคณิตเป็นภาษาที่ใช้สื่อสารในคณิตศาสตร์สาขาต่าง ๆ และเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาของคณิตศาสตร์ทุกสาขา (Usiskin, 1999) พีชคณิตเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการทำความเข้าใจคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยม ดังนั้นการเรียนรู้ของนักเรียนเกี่ยวกับแนวคิดพื้นฐานของพีชคณิตจึงเป็นสิ่งสำคัญ (Rakes, Valentine, McGatha & Ronau, 2010) ลักษณะของพีชคณิต เป็นการแสดงแนวคิดที่เกี่ยวกับตัวแปร สมการ การนำเสนอสถานการณ์ปัญหา เพื่อแสดงแบบรูป แสดงตาราง และสร้างสมการ เพื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของสัญลักษณ์ (NCTM, 1989) และเนื่องจากธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง ซึ่งโครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์ประกอบด้วยคำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์และทฤษฎีบท โดยในการสร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ จะต้องอาศัยการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลและที่สำคัญคือต้องปราศจากข้อขัดแย้งใด ๆ (Department of Curriculum and Instruction Development, 2002) เห็นได้ว่า การคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนจะเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ตลอดชีวิตเพื่อสามารถนำไปใช้ทั้งในการทำงาน และการดำรงชีวิต เช่น การเลือกซื้อสินค้า การเลือกประกอบอาชีพ เป็นต้น การให้เหตุผลจึงเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้ของศาสตร์ต่าง ๆ มากมาย การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าการหาคำตอบที่ถูกต้อง การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งจำเป็นและสำคัญอย่างยิ่ง เพราะการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาออกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ การเน้นการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบ มีความหมาย และทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถประยุกต์ไปใช้ในสาขาอื่น ๆ ได้ (Boonprajak, S., 1997)

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่สำคัญต่อการพัฒนาความคิดและการดำเนินชีวิตของนักเรียน แต่ด้วยวิชาคณิตศาสตร์มีความเป็นนามธรรมสูง การเรียนแบบท่องจำและฟังครูอธิบายเพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอ ต้องมีการฝึกทักษะการคิด การทำแบบฝึกหัด นักเรียนส่วนใหญ่จึงไม่เข้าใจ และไม่กล้าถามครูผู้สอนเมื่อเกิดข้อสงสัย ขาดความมั่นใจในการเรียนทำให้ผู้เรียนเกิดเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น หากครูไม่นำหลักการการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ตลอดจนการนำหลักจิตวิทยา มาช่วยในการสอนก็จะทำให้นักเรียนขาดความสุขในการเรียน การสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็น การทำให้นักเรียนมีความรักในวิชาคณิตศาสตร์ มีความต้องการที่จะเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น ก็คือการให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความสุข (Thipkong, S., 2010) จึงทำให้การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร เห็นได้จากผลการทดสอบ



เปรียบเทียบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2562-2564 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 รายวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนท่าขอนยางพิทยาคม พบว่า คะแนนเฉลี่ยรวมในปีการศึกษา 2564 เท่ากับ 20.86 ปีการศึกษา 2563 เท่ากับ 19.74 และปีการศึกษา 2562 เท่ากับ 20.41 ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยรวมรายวิชาคณิตศาสตร์ในระดับประเทศ

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อให้ทราบถึงความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งจะเป็นข้อสนเทศให้นักการศึกษาทั่วไปตระหนักถึงการคิดเชิงพีชคณิตและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน และจะเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละคน โดยเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต่อไป

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อศึกษาระดับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
3. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

สมมติฐานการวิจัย

การคิดเชิงพีชคณิตมีความสัมพันธ์ทางบวกกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ขอบเขตการวิจัย

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวน 83 คน โรงเรียนท่าขอนยางพิทยาคม ตำบลท่าขอนยาง อำเภอกันทรวิชัย จังหวัดมหาสารคาม มีรายละเอียดดังนี้

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/1 จำนวน 34 คน

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/2 จำนวน 26 คน

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/4 จำนวน 23 คน

เนื่องจากโรงเรียนท่าขอนยางพิทยาคม มีนักเรียนจำนวน 4 ห้องเรียน ซึ่งมี 1 ห้อง เป็นแผนการเรียนเน้นกีฬา จึงทำให้ไม่สามารถเก็บข้อมูลได้ ผู้วิจัยจึงเลือกใช้เป็นกลุ่มเป้าหมาย 3 ห้อง



ตัวแปรในการวิจัย

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ การคิดเชิงพีชคณิต และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ เนื้อหาเกี่ยวกับ สารที่ 1 จำนวนและพีชคณิต รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565

ระเบียบวิธีวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้ระเบียบวิธีวิจัยผสมผสาน โดยมีขั้นตอนการดำเนินการวิจัย ดังนี้

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 83 คน โรงเรียน ท่าขอนยางพิทยาคม อำเภอกันทรวิชัย จังหวัดมหาสารคาม

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ผ่านการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ผ่านการทดสอบหาค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนกตามสูตรของ วิทเนย์และซาเบอร์ส (Worakham, P., 2021) ผลการวิเคราะห์พบว่าแบบวัดมีค่าความยากตั้งแต่ 0.29–0.51 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.32–0.71 ซึ่งเป็นแบบวัดที่อยู่ในเกณฑ์ใช้ได้ และค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีการสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Worakham, P., 2021) ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.776 ถือว่าเป็นแบบวัดที่ใช้ได้

2. แบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบปรนัย จำนวน 20 ข้อ ผ่านการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ผ่านการทดสอบหาค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนกตามสูตรของ วิทเนย์และซาเบอร์ส (Worakham, P., 2021) ผลการวิเคราะห์พบว่าแบบวัดมีค่าความยากตั้งแต่ 0.33–0.80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20–0.40 ซึ่งเป็นแบบวัดที่อยู่ในเกณฑ์ใช้ได้ และค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีการสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Worakham, P., 2021) ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.715 ถือว่าเป็นแบบวัดที่ใช้ได้

3. แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง ผ่านการตรวจสอบคุณภาพโดยอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ กำหนดประเด็นและข้อความสำหรับการสัมภาษณ์เกี่ยวกับการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับหลักการ ทฤษฎีเกี่ยวกับการตั้งข้อความ ครอบคลุมเนื้อหา จุดมุ่งหมาย และแนวคิดในแต่ละข้อที่ผู้วิจัยต้องการศึกษา



การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มเป้าหมายทำแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตและแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2. ทำการตรวจแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต และจำแนกนักเรียนตามระดับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนแต่ละคน โดยจำแนกนักเรียนออกเป็น 5 ระดับ ได้แก่ ระดับ 1 ก่อนจะมีมุมมองระดับ 2 มุมมองเดียว ระดับ 3 หลายมุมมอง ระดับ 4 เห็นความสัมพันธ์ และระดับ 5 ขยายนามธรรม และทำการตรวจแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และจำแนกนักเรียนตามระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่ ระดับ 1 การให้เหตุผลตามความคิดของตนเอง ระดับ 2 การให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการ ระดับ 3 การให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการ โดยจะมีกลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล และระดับ 4 การให้เหตุผลที่สามารถใช้ทฤษฎี หรือเหตุผลต่าง ๆ ในการคิดหรือคำนวณออกมาเป็นคำตอบได้

3. ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มเป้าหมาย เป็นการเลือกนักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตในแต่ละระดับ โดยใช้การเลือกกลุ่มเป้าหมายมาระดับละ 2 คน จำนวน 10 คน (กรณีศึกษา) มาสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาเกี่ยวกับระดับการคิดเชิงพีชคณิตกับระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การวิเคราะห์ข้อมูลแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต และแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วนำเสนอด้วยวิธีพรรณนาวิเคราะห์ (Descriptive Analysis)

2. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson Correlation)

3. การวิเคราะห์ข้อมูลจากการสัมภาษณ์ ใช้แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง ผู้วิจัยได้สรุปประเด็นสำคัญโดยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis)

ผลการวิจัย

ผลการวิจัย สามารถสรุปได้ตามวัตถุประสงค์การวิจัย ดังนี้

1. เพื่อศึกษาระดับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผลการจำแนกระดับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนจากแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตจากการศึกษาคะแนนของนักเรียนจากแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตทั้ง 5 ระดับ จำนวน 3 ข้อ คะแนนเต็ม 30 คะแนน ปรากฏดัง Table 1



Table 1 จำนวนนักเรียนที่มีการจำแนกตามระดับการคิดเชิงพีชคณิต

ระดับการคิดเชิงพีชคณิต	ช่วงคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ (%)	ค่าเฉลี่ยคะแนนนักเรียน ($\bar{X}$)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$)
ระดับ 1	0-6	13	15.66	2.69	1.90
ระดับ 2	7-12	16	19.28	10.06	1.68
ระดับ 3	13-18	24	28.92	15.71	1.59
ระดับ 4	19-24	22	26.50	21.00	1.60
ระดับ 5	25-30	8	9.64	27.50	2.12
รวม		83	100	76.96	8.88

จาก Table 1 พบว่า นักเรียนมีการคิดเชิงพีชคณิตส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 28.92 รองลงมามีนักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 4 คิดเป็นร้อยละ 26.50 นักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 19.28 นักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 1 คิดเป็นร้อยละ 15.66 และนักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 5 คิดเป็นร้อยละ 9.64

2. ศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผลการจำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากการศึกษาคะแนนจากแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ระดับ จำนวน 20 ข้อ คะแนนเต็ม 80 คะแนน ปรากฏดัง Table 2

Table 2 จำนวนนักเรียนที่มีการจำแนกตามระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	ช่วงคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ (%)	ค่าเฉลี่ยคะแนนนักเรียน ($\bar{X}$)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$)
ระดับ 1	20-35	0	0	0	0
ระดับ 2	36-50	39	46.99	45.10	4.16
ระดับ 3	51-65	44	53.01	56.86	4.37
ระดับ 4	66-80	0	0	0	0
รวม		83	100	101.96	8.53

จาก Table 2 พบว่า นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 53.01 รองลงมามีนักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 46.99 และไม่มีนักเรียนคนใดที่มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 1 และระดับ 4



3. ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

3.1 ผลการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ปรากฏดัง Table 3

Table 3 ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การคิดเชิงพีชคณิต	การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	ความสัมพันธ์
	.797**	มีความสัมพันธ์กันมาก

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จาก Table 3 พบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันมาก โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .797

3.2 ศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตแตกต่างกัน โดยใช้แบบสัมภาษณ์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

โดยผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์แทนนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา จำนวน 10 คน ดังนี้

- H1 หมายถึง นักเรียนคนที่ 1 มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ระดับ 5 คนที่ 1
- H2 หมายถึง นักเรียนคนที่ 2 มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ระดับ 5 คนที่ 2
- F1 หมายถึง นักเรียนคนที่ 3 มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ระดับ 4 คนที่ 1
- F2 หมายถึง นักเรียนคนที่ 4 มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ระดับ 4 คนที่ 2
- M1 หมายถึง นักเรียนคนที่ 5 มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ระดับ 3 คนที่ 1
- M2 หมายถึง นักเรียนคนที่ 6 มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ระดับ 3 คนที่ 2
- S1 หมายถึง นักเรียนคนที่ 7 มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ระดับ 2 คนที่ 1
- S2 หมายถึง นักเรียนคนที่ 8 มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ระดับ 2 คนที่ 2
- L1 หมายถึง นักเรียนคนที่ 9 มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ระดับ 1 คนที่ 1
- L2 หมายถึง นักเรียนคนที่ 10 มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ระดับ 1 คนที่ 2

3.2.1 ข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา จำนวน 10 คน แสดงใน Table 4



Table 4 ข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา

นักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา	คะแนนการคิดเชิงพีชคณิต	แปลความหมาย
H1	30	พีชคณิตระดับ 5
H2	30	
F1	21	พีชคณิตระดับ 4
F2	19	
M1	17	พีชคณิตระดับ 3
M2	14	
S1	12	พีชคณิตระดับ 2
S2	11	
L1	6	พีชคณิตระดับ 1
L2	3	

จาก Table 4 พบว่า ข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา โดยนักเรียนคนที่ 1 และคนที่ 2 มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 5 ได้แก่ H1 และ H2 ซึ่งได้คะแนนแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต 30 คะแนน นักเรียนคนที่ 3 และคนที่ 4 มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 4 ได้แก่ F1 และ F2 ซึ่งได้คะแนนแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต 21 และ 19 คะแนน ตามลำดับ นักเรียนคนที่ 5 และคนที่ 6 มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 3 ได้แก่ M1 และ M2 ได้คะแนนแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต 17 และ 14 คะแนน ตามลำดับ นักเรียนคนที่ 7 และคนที่ 8 มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 2 ได้แก่ S1 และ S2 ได้คะแนนแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต 12 และ 11 คะแนน ตามลำดับ และนักเรียนคนที่ 9 และคนที่ 10 มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 1 ได้แก่ L1 และ L2 ซึ่งได้คะแนนแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต 6 และ 3 คะแนน ตามลำดับ

3.2.2 คะแนนการทำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาตามระดับการคิดเชิงพีชคณิตที่อยู่ในระดับ 1 ระดับ 2 ระดับ 3 ระดับ 4 และระดับ 5 ซึ่งแสดงดัง Table 5



Table 5 คะแนนการทำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาตามระดับการคิดเชิงพีชคณิตที่อยู่ในระดับ 5 ระดับ 4 ระดับ 3 ระดับ 2 และระดับ 1

การคิดเชิงพีชคณิต	นักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา	คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	แปลความหมาย
ระดับ 5	H1	61	ระดับ 3
	H2	61	ระดับ 3
ระดับ 4	F1	63	ระดับ 3
	F2	54	ระดับ 3
ระดับ 3	M1	51	ระดับ 3
	M2	45	ระดับ 2
ระดับ 2	S1	52	ระดับ 3
	S2	53	ระดับ 3
ระดับ 1	L1	39	ระดับ 2
	L2	47	ระดับ 2

จาก Table 5 พบว่า นักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตที่อยู่ในระดับ 5 คือ H1 และ H2 ได้คะแนนแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 61 คะแนน มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 นักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตที่อยู่ในระดับ 4 คือ F1 และ F2 ได้คะแนนแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 63 และ 54 คะแนน ตามลำดับ มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 นักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตที่อยู่ในระดับ 3 คือ M1 และ M2 ได้คะแนนแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 51 และ 45 คะแนน ตามลำดับ มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 และระดับ 2 ตามลำดับ นักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตที่อยู่ในระดับ 2 คือ S1 และ S2 ได้คะแนนแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 52 และ 53 คะแนน ตามลำดับ มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 และนักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตที่อยู่ในระดับ 1 คือ L1 และ L2 ได้คะแนนแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 39 และ 47 คะแนน ตามลำดับ มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 2

3.2.3 ผลการสัมภาษณ์แนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาเพื่อศึกษาแนวคิดของนักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตแตกต่างกันที่มีต่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีข้อความดังต่อไปนี้

- 1) โจทย์กำหนดสมการอะไรมาให้คะ
- 2) จากสมการที่กำหนดให้ นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าตัวแปรคืออะไร



3) นักเรียนสามารถจัดรูปสมการให้อยู่ในรูปทั่วไปได้หรือไม่ ถ้าได้ นักเรียนมีวิธีการอย่างไรบ้างคะ

4) นักเรียนหาค่าของตัวแปรได้เท่าไร

5) นักเรียนหาค่าตัวแปรได้อย่างไรคะ

6) แล้วนักเรียนอธิบายวิธีดำเนินการตรวจคำตอบให้ครูฟังได้หรือไม่คะ

จากการศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตแตกต่างกัน พบว่า นักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 5 ขยายนามธรรม คือ H1 และ H2 มีความมั่นใจในการตอบคำถาม สามารถแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้ สามารถอธิบายแนวคิดและการแก้ปัญหาได้ สามารถใช้ทักษะการคิดและการคำนวณได้อย่างถูกต้อง สามารถแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้ สามารถนำความรู้ไปใช้ในการหาคำตอบได้ นักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 4 เห็นความสัมพันธ์ คือ F1 และ F2 มีความมั่นใจในการตอบคำถาม สามารถแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้ สามารถอธิบายแนวคิดและการแก้ปัญหาได้ สามารถใช้ทักษะการคิดและการคำนวณได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่สามารถแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้ นักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 3 หลายมุมมอง คือ M1 และ M2 มีความมั่นใจในการตอบคำถาม สามารถแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้ สามารถอธิบายแนวคิดและการแก้ปัญหาได้ สามารถใช้ทักษะการคิดและการคำนวณได้อย่างถูกต้องในบางข้อ นักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 2 มุมมองเดียว คือ S1 และ S2 ไม่มีความมั่นใจในการตอบคำถาม มีการให้เหตุผลที่ไม่เกี่ยวข้อง บางคนไม่สามารถอธิบายแนวคิดและหาคำตอบได้ บางคนรู้วิธีการแก้ปัญหาก็แต่ไม่สามารถใช้ทักษะในการคิดการคำนวณในการหาคำตอบได้ และนักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 1 ก่อนจะมีมุมมอง คือ L1 และ L2 ไม่มีความมั่นใจในการตอบคำถาม ไม่มีการให้เหตุผล ไม่สามารถอธิบายแนวคิดและหาคำตอบได้ ไม่สามารถใช้ทักษะในการคิดคำนวณในการหาคำตอบได้

อภิปรายผลการวิจัย

1. ผลการศึกษาระดับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผลการศึกษา พบว่า การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 3 หลายมุมมองคิดเป็นร้อยละ 28.92 ที่เป็นเช่นนี้เพราะ นักเรียนแสดงความเข้าใจในข้อคำถามได้อย่างชัดเจน ใช้ข้อมูลต่าง ๆ มาช่วยในการหาคำตอบ สามารถใช้ทักษะพีชคณิตแก้ปัญหาได้ สามารถอธิบายการคิดและการแก้ปัญหาได้ สามารถใช้ทักษะการคิดและการคำนวณได้อย่างถูกต้องในบางข้อ แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Boonplod, N. (2019) ได้ศึกษาวิธีการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown ทั้ง 4 ข้อ นักเรียนที่สามารถหากรณีทั่วไปถูกต้องจะมีวิธีการคิดเชิงพีชคณิต ครบทั้ง 4 ลักษณะของ Herbert & Brown ทั้งการแยกแยะหรือการแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์ข้อมูล การเลือกใช้ตัวแทนความคิดแสดงข้อมูลทาง



คณิตศาสตร์ การตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์ และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีวิธีการคิดที่เป็นระบบรอบคอบ สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาในหลาย ๆ รูปแบบได้อย่างถูกต้อง และจากการศึกษาวิธีการคิดของนักเรียน ในการหากรณีทั่วไปได้ไม่ถูกต้อง นักเรียนจะขาดการตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่สามารถนำผลจากการวิเคราะห์ หรือความสัมพันธ์ของตัวเลขในแต่ละข้อ มาใช้ในการหาสมการ สูตร หรือวิธีการในการหากรณีทั่วไปได้

2. ผลการศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผลการศึกษา พบว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 3 การให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการ โดยจะมีกลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล คิดเป็นร้อยละ 53.01 ที่เป็นเช่นนี้เพราะ นักเรียนเข้าใจปัญหา เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม สามารถให้เหตุผลได้อย่างเหมาะสม และสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ แต่สำหรับข้อที่มีความซับซ้อนนักเรียนเลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง สามารถให้เหตุผลได้อย่างเหมาะสมเป็นบางครั้งสรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Tetsrimueang, W. (2021) พบว่า นักเรียนสามารถแสดง วิธีหาคำตอบได้ถูกต้อง โดยสามารถใช้สมบัติ ทฤษฎีหรือเหตุผลต่าง ๆ ในการคิดหรือคำนวณออกมาอธิบายและเชื่อมโยงการแก้สมการ มาคำนวณ หาคำตอบได้ สามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบได้ คำวนควออกมาเป็นตัวเลขได้ และมีความสามารถทางสติปัญญา ความสามารถทางด้านความรู้ ความคิดพื้นฐาน ความรู้เดิม มีการคิดหาคำตอบ แต่นักเรียนยังไม่สามารถอธิบายการแก้สมการหาคำตอบได้อย่างคล่องแคล่ว และยังไม่ชัดเจน เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการ โดยจะมีกลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล และกล่าวว่า การให้เหตุผลต้องใช้เซวปัญหาหรือระดับสติปัญญา เป็นองค์ประกอบสำคัญต่อการพัฒนาการให้เหตุผล เด็กที่มีระดับสติปัญญาสูงจะสามารถพัฒนาการให้เหตุผลที่สูงได้มากกว่าเด็กที่มีระดับสติปัญญาลดและระดับความรู้ เนื่องจากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดในระดับสูง ซึ่งเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน

3. ผลการศึกษความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผลการศึกษา พบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันมาก โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .797 เป็นเช่นนั้นเพราะว่า การที่มีความคิดเชิงพีชคณิตในระดับสูงนักเรียนจะมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงด้วย เพราะการคิดเชิงพีชคณิตต้องอาศัยการคิด การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ร่วมในการแก้ปัญหาด้วย และจากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 5 ขยายนามธรรม คือ H1 และ H2 มีความมั่นใจในการตอบคำถาม สามารถแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้ สามารถอธิบายแนวคิดและการแก้ปัญหาได้สามารถใช้ทักษะการคิดและการคำนวณได้อย่างถูกต้อง สามารถแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้ สามารถ



นำความรู้ไปใช้ในการหาคำตอบได้ นักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 4 เห็นความสัมพันธ์ คือ F1 และ F2 มีความมั่นใจในการตอบคำถาม สามารถแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้ สามารถอธิบายแนวคิดและการแก้ปัญหาได้ สามารถใช้ทักษะการคิดและการคำนวณได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่สามารถแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้ นักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 3 หลายมุมมอง คือ M1 และ M2 มีความมั่นใจในการตอบคำถาม สามารถแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้ สามารถอธิบายแนวคิดและการแก้ปัญหาได้ สามารถใช้ทักษะการคิดและการคำนวณได้อย่างถูกต้องในบางข้อ นักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 2 มุมมองเดียว คือ S1 และ S2 ไม่มีความมั่นใจในการตอบคำถาม มีการให้เหตุผลที่ไม่เกี่ยวข้อง บางคนไม่สามารถอธิบายแนวคิดและหาคำตอบได้ บางคนรู้วิธีการแก้ปัญหาก็ไม่สามารถใช้ทักษะในการคิด การคำนวณในการหาคำตอบได้ และนักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 1 ก่อนจะมีมุมมอง คือ L1 และ L2 ไม่มีความมั่นใจในการตอบคำถาม ไม่มีการให้เหตุผล ไม่สามารถอธิบายแนวคิดและหาคำตอบได้ ไม่สามารถใช้ทักษะในการคิดคำนวณในการหาคำตอบได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Sukhoyachai, P. (2019) พบว่า นักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในกลุ่มสูง จะมีความมั่นใจในการหาคำตอบ สามารถคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมีเหตุผล จึงอธิบายแนวทางการคิดได้ สามารถใช้ทักษะการคำนวณได้อย่างถูกต้องแม่นยำ และนำความรู้ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และนักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในกลุ่มต่ำ ไม่มีความมั่นใจในการตอบคำถาม และบางคนไม่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ ไม่สามารถบอกลำดับขั้นตอนของแนวคิดได้ถูกต้องทั้งหมด เช่น ไม่ทราบวิธีการแก้สมการ ไม่มีทักษะการคำนวณ ทำให้ไม่แม่นยำในการคำนวณหาคำตอบ จึงทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 ผลการวิจัยใช้เป็นข้อมูลประกอบการพิจารณาในการจัดหลักสูตรของ สถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อนำเสนอเนื้อหาและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน หรือส่งเสริมระดับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนสูงขึ้น

1.2 เป็นข้อเสนอแนะให้ผู้ที่มีผลการวิจัยไปใช้ตระหนักในการส่งเสริมกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับการคิดเชิงพีชคณิตและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และนำไปสู่การพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์

1.3 เป็นข้อเสนอแนะให้ผู้ที่มีผลการวิจัยไปใช้ตระหนักในความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ โดยการส่งเสริมให้เด็กที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงเข้ามาช่วยในการจัดการเรียนรู้ในรูปแบบการสอนแบบเพื่อนช่วยเพื่อน



2. ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับชั้นอื่น ๆ เพื่อหาแนวทางการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละคน

2.2 ควรศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบการทำวิจัยในเชิงทดลองเพื่อศึกษาพัฒนาการในการคิดเชิงพีชคณิตหรือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

References

- Boonplod, N. (2019). *A study of the use of Algebraic Thinking Skills by 12th Grade High School Students Enrolled at Srikranuanwittayakom School*. Master of Education (Mathematic Education). Maha Sarakham: Rajabhat Maha Sarakham University.
- Boonprajak, S. (1997). *Development of Mathematical Power of Mathayom Suksa 1 Students Through Cooperative Learning*. Doctor of Education degree in Mathematics Education: Srinakharinwirot University.
- Department of Curriculum and Instruction Development. (2002). *Mathematics learning management manual*. Bangkok: Kurusapa Printing Ladphrao.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Rakes, Chris & Valentine, Jeffrey & Mcgatha, Maggie & Ronau, Robert. (2010). Methods of Instructional Improvement in Algebra A Systematic Review and Meta- Analysis. *Review of Educational Research*, 80,72-400.
- Stacey, Ralph. (2000). *The Emergence of Knowledge in Organization*. Emergence. A Journal of Complexity Issues in Organizations and Management. 2(2), 23-39. 10.1207/ S15327000EM0204_05.
- Sukhoyachai, P. (2019). *A Study of The Relationship between Algebraic Thinking and Mathematical Problem Solving of Eighth Grade Students*. Master of Education (Mathematic Education). Maha Sarakham: Rajabhat Maha Sarakham University.
- Tetsrimueang, W. (2021). *The study of approaches to enhancement the level of mathematical reasoning; Linear Equation of One Variable Mattayomsuksa 1*.



Master of Education (Mathematic Education). Maha Sarakham: Rajabhat Maha Sarakham University.

Thipkong, S. et al. (2010). *Agricultural Demonstration Mathematics Teacher Experience Book*. Bangkok: Education Research and Development Center Demonstration School of Kasetsart University.

Usiskin, Z. (1999). *Algebra and Calculus for All?*. *Journal of Mathematics and Science: Collaborative Explorations*, 2(1), 73-88.

Worakham, P. (2021). *Education Research* (12thed). Maha Sarakham: Taksila Printing.

