

คณิตศาสตร์ในประวัติศาสตร์อิสลาม: กรณีศึกษาอัลควาริซมี

Mathematics in the Islamic History: the Case of

Al-Khwarizmi

ศุภวิทย์ ถาวรบุตร

Supavit Thavaraputta

บทคัดย่อ

อัลควาริซมีเป็นนักคณิตศาสตร์อิสลามซึ่งมีชื่อเสียงที่สุด หนังสือที่เขาเขียนเป็นที่ยอมรับอย่างกว้างขวางในฐานะต้นกำเนิดของพีชคณิต เพราะเขาได้คิดค้นกระบวนการและขั้นตอนวิธีพื้นฐานบางประการที่ขาดไม่ได้ในการเรียนวิชาพีชคณิตเบื้องต้นในปัจจุบัน บทความนี้กล่าวถึงภูมิหลังทางประวัติศาสตร์ในช่วงชีวิตของอัลควาริซมี ซึ่งเกี่ยวข้องกับแง่มุมทางปรัชญาบางประการในศาสนาอิสลาม เส้นทางการถ่ายทอดความรู้ของกรีกมาสู่โลกอิสลาม และบทบาทของชนชั้นปกครองราชวงศ์อับบาซิด หากขาดปัจจัยเหล่านี้ แทบเป็นไปไม่ได้ที่อัลควาริซมีจะเสนอแนวคิดทางพีชคณิตของเขาอย่างเป็นระบบผ่านเรขาคณิต แต่ในขณะเดียวกัน ข้อเสนอที่เขาสังเคราะห์ขึ้นก็แตกต่างจากแนวคิดอื่น ๆ ที่เขาหยิบยืมมาอย่างเห็นได้ชัด และปฏิเสธไม่ได้ว่าเขาทำได้เหนือกว่าในเรื่องการแก้สมการกำลังสอง นอกจากโลกอิสลามจะช่วยเก็บรักษาภูมิปัญญาสมัยคลาสสิกแล้ว ยังให้โอกาสยุโรปได้รู้จักกับพีชคณิตผ่านการแปลเป็นภาษาละตินนับตั้งแต่นั้น พีชคณิตได้กลายเป็นส่วนหนึ่งในการศึกษาคณิตศาสตร์ของยุโรปและมีบทบาทสำคัญในพัฒนาการของคณิตศาสตร์สมัยใหม่

Abstract

Al-Khwarizmi is the most famous Islamic mathematician. One of his publications is widely accepted as the origin of algebra because he created some basic procedures and algorithms that are indispensable in today's elementary algebra courses. This article provides the historical background of al-Khwarizmi's life which related to some philosophical aspects of Islam, the

path of Greek knowledge that was transferred to the Islamic world, and the role of Abbasid rulers. Without these factors, it is almost impossible for him to systematically propose his algebraic ideas through geometry. But at the same time, the thesis that he synthesized was fundamentally disparate from any idea that came before, and undeniably more effective in solving the quadratic equation. Apart from preserving Classical knowledge, the Islamic world also introduced algebra to Europe, through translation into Latin. Algebra, then, was a part of European mathematical learning and played a significant role in the development of modern mathematics.

1. บทนำ

ช่วงเวลาที่สำคัญมากช่วงหนึ่งในประวัติศาสตร์ยุโรปคือยุคฟื้นฟูศิลปวิทยาการ (Renaissance) เหตุที่ยุคสมัยนี้ถือเป็นหมุดหมายสำคัญเพราะเป็นช่วงเวลาที่มีปัญญาของยุโรปเบ่งบาน มีทั้งการรื้อฟื้นองค์ความรู้ยุคโบราณและการสังเคราะห์องค์ความรู้ใหม่ ทำให้ศิลปวิทยาการตั้งแต่สมัยคลาสสิกของยุโรปหลายสำนักคิดซึ่งเคยขาดช่วงหรือถูกบดบังไปภายใต้อิทธิพลของคริสต์ศาสนากลับมามีพื้นที่ในสังคมอีกครั้ง โดยมีหลักฐานมากมายทั้งในรูปของศิลปวัตถุ สถาปัตยกรรม หรือวรรณกรรม การที่มรดกทางวัฒนธรรมเหล่านั้นหวนกลับมาเป็นส่วนหนึ่งในความเคลื่อนไหวทางความคิดในยุโรบนับเป็นจุดเปลี่ยนที่ทำให้สังคมยุโรปเหมือนตื่นขึ้นจากการหลับใหลอันยาวนานในทางภูมิปัญญา การฟื้นฟูนี้ถือเป็นองค์ประกอบที่ขาดไม่ได้ที่ช่วยให้อารยธรรมตะวันตกเป็นอารยธรรมตะวันตกในทุกวันนี้

อย่างไรก็ตาม มีข้อเท็จจริงที่น่าสนใจอีกประการหนึ่งเกี่ยวกับการฟื้นฟูศิลปวิทยาการ กล่าวคือ กระบวนการที่ดูเหมือนจะเป็นจุดเปลี่ยนทางภูมิปัญญาครั้งสำคัญของยุโรป กลับมิได้ถือกำเนิดขึ้นโดยอาศัยเหตุปัจจัยภายในของยุโรปแต่เพียงเท่านั้น สิ่งหนึ่งซึ่งเป็นเรื่องที่ทราบกันดีในหมู่นักศึกษาประวัติศาสตร์ยุโรป คือ กระบวนการฟื้นฟูศิลปวิทยาการจะไม่มีทางเกิดขึ้นได้อย่างสมบูรณ์หากไม่ได้รับอิทธิพลจากโลกอิสลาม เนื่องจากองค์ความรู้โบราณของยุโรปโดยเฉพาะองค์ความรู้ในสมัยกรีกเกือบจะเคยสาบสูญไปจากทวีปยุโรปด้วยเหตุปัจจัยทางประวัติศาสตร์ แต่ฝ่ายที่ช่วยเก็บรักษาสิ่งเหล่านั้นไว้นานหลายศตวรรษคือโลกอิสลาม จึงกล่าวได้ว่าการกลับมามีชีวิตทางภูมิปัญญาของยุโรปมีเงื่อนไขที่ขาดไม่ได้ คือ ‘วัตถุดิบ’ ที่ใช้ในการศึกษาเกี่ยวกับภูมิปัญญายุคคลาสสิกและ ‘วัตถุดิบ’ นั้นได้จากโลกอิสลาม อารยธรรมตะวันตกจึงเป็นหนี้บุญคุณเหล่าบรรดานักปราชญ์ของโลกอิสลามอยู่ไม่น้อย

หลักฐานที่ดีที่สุดชิ้นหนึ่งที่ยืนยันถึงการถ่ายทอดและหยิบยืมทางภูมิปัญญา ระหว่างสังคมยุโรปกับโลกอิสลาม คือ ผลงานทางคณิตศาสตร์ของ มุฮัมมัด อิบน์ มุซา อัลควาริซมี (Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi ค.ศ.780-850) ซึ่งเป็น นักคณิตศาสตร์อิสลามที่มีชื่อเสียงเป็นที่รู้จักมากที่สุด บทความนี้ต้องการชี้ให้เห็นถึง ปฏิสัมพันธ์ทางภูมิปัญญาในโลกก่อนสมัยใหม่ (Pre-modern world) ซึ่งมีการผสมผสาน ทั้งแนวความคิดกรีก แนวคิดฮินดู และการสังเคราะห์ความรู้จากโลกอิสลาม โดยเน้นที่ บทบาทของอัลควาริซมี อันึงการถ่ายทอดแลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างกันนี้ยังแสดงถึง ลักษณะเด่นของโลกก่อนสมัยใหม่ที่หลอมรวมกระแสความคิดต่าง ๆ เข้าด้วยกันโดยไม่แบ่งแยกระหว่างความเป็นตะวันตกกับตะวันออก หรือความเป็นยุโรปกับความเป็น เอเชียดั่งที่คุ้นเคยกันในประวัติศาสตร์สมัยใหม่ นอกจากนี้ การทำความเข้าใจกับผลงาน และรากฐานความคิดของปราชญ์ในโลกอิสลามโดยเฉพาะกรณีอัลควาริซมีจะยิ่งเห็น ถึงศักยภาพที่โดดเด่นในการสังเคราะห์แนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งถ่ายทอดไปสู่สังคม ยุโรปในภายหลัง

ขอบเขตของปัญหาที่บทความสนใจศึกษาประกอบด้วย

1. การเดินทางของมรดกทางภูมิปัญญาตั้งแต่สมัยกรีก โดยประเด็นสำคัญคือ ทำความเข้าใจว่าภูมิปัญญาเหล่านั้นมาถึงโลกมุสลิมหรือดินแดนอาหรับได้อย่างไร
2. อิทธิพลหรือเงื่อนไขทางความคิดในโลกมุสลิมที่ทำให้เกิดการรับถ่ายทอด ภูมิปัญญาจากต่างถิ่นอย่างหลากหลาย แม้แต่เฉพาะที่ได้รับจากกรีกเท่านั้น บริบททาง ประวัติศาสตร์มีผลอย่างไรต่อกระบวนการทำความเข้าใจองค์ความรู้ต่าง ๆ ในโลกมุสลิม ช่วงยุคกลาง จนทำให้การศึกษภูมิปัญญาโบราณขยายตัวอย่างมาก
3. สำคัญและจุดเด่นในผลงานของอัลควาริซมี แนวคิดเบื้องต้นเกี่ยวกับ พีชคณิต รวมทั้งองค์ความรู้ที่สืบทอดจากอัลควาริซมีในฐานะมรดกโลกก่อนสมัยใหม่

ปัญหาในข้อ 1 และ 2 จะอธิบายในหัวข้อที่ 2 ของบทความ ซึ่งว่าด้วย บริบทที่เกี่ยวข้องทางภูมิปัญญาในโลกอิสลามสมัยกลาง ส่วนปัญหาข้อที่ 3 จะอภิปราย ในหัวข้อที่ 3 ของบทความ ซึ่งว่าด้วยชีวิตและงานของอัลควาริซมี และหัวข้อสุดท้ายเป็น บทสรุป

2. ดินแดนอาหรับสมัยกลางและบริบทที่เกี่ยวข้องทางภูมิปัญญา

ในสมัยกลางของยุโรป อาณาบริเวณแถบตะวันออกกลางมีความรุ่งเรืองอย่างมากทั้งในเชิงเศรษฐกิจและความรู้รวมทางวัฒนธรรม มีการก่อตัวของอาณาจักรภายใต้ อิทธิพลของศาสนาอิสลามที่แม้จะมีการแตกแยกทางนิกายศาสนาบ้าง แต่โดยรวมแล้ว สังคมอาหรับก็มีช่วงเวลาที่เป็นปึกแผ่นภายใต้การนำของชนชั้นปกครองหลายกลุ่ม ทั้งนี้

การต่อสู้แย่งชิงในหมู่ชนชั้นปกครองเองเกี่ยวพันไปถึงข้อโต้เถียงระหว่างนิกาย แต่กล่าวได้ว่าชาวอาหรับมีศรัทธาต่อศาสนาอิสลามอย่างมั่นคง ภายใต้ระยะเวลาหลายศตวรรษ ศูนย์กลางความเจริญในโลกอิสลามมีการเปลี่ยนแปลงตามเหตุปัจจัยทางการเมือง กระนั้นก็ตามยังมีช่วงเวลาที่ยอดอาณานิคมมีเสถียรภาพเพียงพอจนเอื้อต่อการศึกษานักเรียนและช่วยให้อิทธิพลทางการต่าง ๆ ของอิสลาม บริบทในช่วงเวลานี้เองที่สัมพันธ์กับช่วงชีวิตของอัลควาริซมี

หัวข้อนี้จึงจะพิจารณาพัฒนาการทางสังคมในดินแดนอาหรับโดยสังเขป เพื่อประมวลหาบริบทที่เกี่ยวข้องทางภูมิปัญญา และสามารถโยงไปทำความเข้าใจรากฐานทางความคิดของอัลควาริซมีว่าได้รับอิทธิพลสำคัญ ๆ ประการใดบ้าง รวมทั้งส่งผลต่อแนวทางการศึกษาคณิตศาสตร์ของเขาอย่างไร

2.1 กรอบคิดของศาสนาอิสลาม

เหตุปัจจัยที่ทำให้อำนาจของชาวอาหรับขยายตัวในช่วงศตวรรษที่ 7 คือ ศาสนาอิสลามที่สถาปนาขึ้นตามคำสอนของศาสดามุฮัมมัด (Muhammad) การรวมตัวภายใต้ความเชื่อทางศาสนาทำให้ชนเผ่าทะเลทรายแห่งคาบสมุทรอาหรับขยายอำนาจไปจนถึงแถบทะเลเมดิเตอร์เรเนียน ยึดครองดามัสกัสในค.ศ.635 เยรูซาเล็มในค.ศ.637 อียิปต์ถูกพิชิตระหว่างค.ศ.639-642 ชาวอาหรับยังมุ่งไปทางตะวันตกข้ามช่องแคบยิบรอลตาร์ (ค.ศ.711) ผ่านเข้าไปยังสเปนและฝรั่งเศส ขณะเดียวกันก็กวาดล้างไปอีกทิศทางหนึ่งผ่านซีเรียและเปอร์เซีย ไปถึงแม้กระทั่งอินเดียตอนเหนือ (Burton, 2007, p. 240) เห็นได้ว่าศาสนาอิสลามเป็นปัจจัยที่สร้างความเป็นหนึ่งเดียวให้ดินแดนซึ่งประกอบด้วยชนเผ่าอันหลากหลาย จนมีส่วนช่วยค้ำจุนสถานะของอาณานิคมที่กลุ่มชนชั้นปกครองสร้างขึ้นหลังจากนี้ ทั้งนี้มีข้อสังเกตอีกประการหนึ่ง คือ ดินแดนที่ชาวอาหรับเข้ายึดครองเป็นแหล่งความรู้มหาศาลที่ส่งผ่านมาจากโลกโบราณ และหากเปรียบเทียบในเชิงลำดับเวลา การครอบครองพื้นที่ขนาดใหญ่เกิดขึ้นหลังสมัยโรมันและทวีปยุโรปค่อย ๆ ปิดตัวเองลงอันเป็นช่วงถดถอยทางศิลปวิทยาการ

ศาสนาอิสลามมิได้ส่งผลในแง่ความเป็นปึกแผ่นของอาณานิคมเพียงเท่านั้น ศรัทธาต่อศาสนาอิสลามยังส่งผลต่อทิศทางการศึกษาเรื่องราวทางภูมิปัญญาของชาวอาหรับอย่างมาก ซึ่งในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะกรอบคิดเชิงปรัชญาเท่านั้นเพราะเป็นส่วนที่เข้าไปเกี่ยวข้องกับการตีความปรัชญาธรรมชาติ (Natural philosophy) และการตีความเนื้อหาขององค์ความรู้จากแหล่งอารยธรรมอื่น

กรอบคิดของศาสนาอิสลามเชื่อในหลักการที่ถาวรและไม่ผันแปร (permanent and immutable) ศาสตร์และศิลป์จึงมีลักษณะที่มุ่งสู่ความเสถียร แม้จะฟังเหมือนเป็น

แนวทางที่ไม่สนใจค้นหาและทำความเข้าใจกับความเปลี่ยนแปลง จนบ่อยครั้งถูกตัดสินว่าเป็นกรอบความคิดที่หยุดนิ่ง แต่ต้องเข้าใจว่าการเปิดเผยสัจจะต่าง ๆ ตามแบบอิสลามพยายามนำไปสู่การเข้าใจเอกภาพอันเป็นหนึ่งเดียว (idea of unity) เหตุเพราะพระเป็นเจ้า (God) มีเพียงหนึ่งและอยู่สูงที่สุดกว่าสิ่งใด สัจจะที่สูงที่สุดจึงต้องเป็นหนึ่งเดียวกับพระเป็นเจ้าเท่านั้น ดังนั้น ศาสตร์ต่างๆ ของอิสลามมุ่งที่จะเปิดเผยเอกภาพของธรรมชาติ (unity of Nature) หาความเชื่อมโยงระหว่างกันของสรรพสิ่งทั้งมวลหรือค้นหาเอกภาพในจักรวาล การเข้าใจธรรมชาติที่รวมกันเป็นหนึ่งเดียวอย่างแท้จริงจึงเป็นภาพแทนของเอกภาพในหลักการอันศักดิ์สิทธิ์ (unity of Divine principle) นั่นเอง (Nasr, 1968, pp. 21-22) จากคำอธิบายนี้ มนุษย์อาจสังเกตเห็นว่าธรรมชาติมีความเปลี่ยนแปลงและผันแปรได้ แต่สัจจะที่ดำรงอยู่เบื้องหลังธรรมชาติเป็นสิ่งที่เสถียร ไม่สั่นคลอน และยึดโยงถึงพระเป็นเจ้าซึ่งถือเป็นสัจจะที่สูงที่สุดและเป็นความถูกต้องเพียงหนึ่งเดียว ด้วยเหตุนี้การเปิดเผยโลกธรรมชาติ (Natural world) โดยปราชญ์มุสลิมจึงต้องค้นลงไปเบื้องหลังความผันแปรของธรรมชาติ เพราะมีแนวคิดยึดมั่นในเอกภาพกับหลักการอันศักดิ์สิทธิ์ที่จะเป็นอื่นไปไม่ได้

หากมองธรรมชาติเป็นตัวบท ธรรมชาติคือการร้อยรัดกันของสัญลักษณ์ซึ่งจะต้องอ่านและทำความเข้าใจตามความหมายที่มันเป็น เป็นสิ่งที่มาจากพระเป็นเจ้า เช่นเดียวกับกุรอาน (Qur'an) หากแต่กุรอานเป็นคัมภีร์ซึ่งได้รับถ่ายทอดให้เป็นถ้อยคำของมนุษย์แล้ว แนวคิดเรื่องเอกภาพนี้ครอบคลุมศาสตร์และศิลป์ของอิสลาม ทำให้เกิดคิดว่าการจำลองหรือสร้างวัตถุหนึ่ง ๆ (individual object) ขึ้นมาเป็นสิ่งอันตรายทางความคิด เพราะสิ่งเดียวที่ทรงคุณค่าและควรค่าแก่การจำลองขึ้นคือเอกภาพอันสูงสุด แต่เนื่องจากสัจจะหรือเอกภาพที่ร้อยรัดธรรมชาติไว้ด้วยกันนั้นเป็นนามธรรม มนุษย์ไม่สามารถสร้างภาพแทนใด ๆ ขึ้นมาแล้วนำเสนอนามธรรมอันยิ่งใหญ่ได้อย่างครบถ้วน จึงจำเป็นต้องใช้สัญลักษณ์เป็นสื่อกลาง แต่แม้จะใช้สัญลักษณ์ก็ตาม ยังไม่มีสัญลักษณ์ใดที่เพียงพอจะแทนที่เอกภาพซึ่งพระเป็นเจ้าทรงรังสรรค์ขึ้นได้ ศิลปะของมุสลิมจึงเป็นศิลปะนามธรรมและเข้าใจได้ว่าเหตุใดคณิตศาสตร์ดึงดูดความสนใจของชาวมุสลิม เพราะธรรมชาติที่เป็นนามธรรมของคณิตศาสตร์เป็นสะพานเชื่อมระหว่างภาวะซ้ำ (multiplicity) กับเอกภาพ คณิตศาสตร์เต็มไปด้วยสัญลักษณ์ที่เหมือนเป็นกุญแจช่วยไขสู่ความเข้าใจจักรวาล (Nasr, 1968, pp. 24-25)

จากประเด็นเชิงปรัชญาที่กล่าวมาอธิบายได้ว่า มนุษย์อยู่ท่ามกลางภาวะซ้ำซึ่งหมายถึง วัฏจักรหรือสรรพสิ่งต่าง ๆ ที่เกิดซ้ำอยู่ตลอดในธรรมชาติ เช่น ฤดูกาล การเกิดและดับ พืชและสัตว์จำนวนมาก ฯลฯ แต่แก่นสารของสิ่งเหล่านี้คืออะไร การที่ธรรมชาติมีสิ่งเหล่านี้ปรากฏให้เห็นซ้ำ ๆ มีความหมายว่าอย่างไร เกิดเป็นช่องว่าง

ระหว่างมนุษย์ซึ่งรายล้อมด้วยปรากฏการณ์ในธรรมชาติที่เป็นรูปธรรมกับหลักการสูงสุด จะใช้เข้าใจโลกธรรมชาติ เพราะสัจจะอันสูงสุดเป็นสภาวะนามธรรมและเป็นเอกภาพกับพระเป็นเจ้า แต่มีขอบเขตยิ่งใหญ่เกินกว่ามนุษย์จะสามารถเสนอภาพแทนสิ่งนี้ได้อย่างเป็นรูปธรรม ภายใต้คติความเชื่อนี้ ทั้งธรรมชาติและกูรานต่างมีความสำคัญเพราะยึดโยงมาจากพระเป็นเจ้า แต่กูรานเป็นคัมภีร์ที่จารึกเป็นภาษาที่มนุษย์สามารถอ่านเพื่อทำความเข้าใจและสื่อสารต่อได้ ขณะที่ธรรมชาติเป็นการร้อยเรียงเชิงสัญลักษณ์ที่พระเป็นเจ้าบันดาลไว้และมนุษย์ต้องทำความเข้าใจเช่นกัน ด้วยเหตุนี้คณิตศาสตร์จึงเป็นเสมือนเครื่องมือที่ช่วยให้มนุษย์สามารถศึกษาในเชิงสัญลักษณ์และขยายความเข้าใจไปสู่โลกและจักรวาลที่กว้างออกไป

โดยสรุป ทศนะต่อธรรมชาติในแนวทางนี้เป็นปัจจัยที่ทำให้คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญในวัฒนธรรมอิสลาม กรอบคิดเชิงปรัชญาของศาสนาอิสลามซึ่งต้องการค้นหาเอกภาพสูงสุดในธรรมชาติ นับเป็นบริบทประการแรกที่ส่งผลให้การศึกษาคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของจารีตทางภูมิปัญญาในโลกอิสลาม

2.2 อิทธิพลทางความคิดของกรีก

คำสอนของอิสลามกับองค์ความรู้ในแบบกรีกเข้ามามีปฏิสัมพันธ์กัน เนื่องจากเหตุปัจจัยทางประวัติศาสตร์ที่อาณาจักรอิสลามขยายอำนาจเหนือดินแดนอันกว้างใหญ่ครอบคลุมแหล่งมรดกอารยธรรมกรีก ประเด็นที่น่าสนใจคือ โลกอิสลามต้องพยายามจัดวางภูมิปัญญากรีกไว้ภายใต้กรอบปรัชญาของศาสนาอิสลาม ซึ่งกระบวนการทั้งหมดถือเป็นบริบทสำคัญในการทำความเข้าใจการสังเคราะห์องค์ความรู้ในหมู่นักปราชญ์อิสลามสมัยกลาง

ภูมิปัญญาทั้งสองกระแสมีต้นตอที่มาแตกต่างกัน กูรานเขียนขึ้นด้วยภาษาอันศักดิ์สิทธิ์คือภาษาอารบิก และเป็นฐานในการหลอมรวมองค์ความรู้จากต่างวัฒนธรรมให้มาอยู่ภายใต้จิตวิญญาณของความเป็นอิสลาม ขณะที่มรดกอารยธรรมกรีกเป็นแหล่งสำคัญขององค์ความรู้ในศาสตร์ต่าง ๆ โดยเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาธรรมชาติ ช่วงศตวรรษที่ 1 เมืองอเล็กซานเดรีย (Alexandria) เป็นศูนย์กลางของศาสตร์ความรู้และปรัชญากรีก เพราะเป็นที่ซึ่งวัฒนธรรมเฮลเลนิสติก (Hellenistic) อิทธิพลของอียิปต์โบราณ โลกตะวันออก แนวคิดเฮอเมติก (Hermeticism) และลัทธิเพลโตใหม่ (Neoplatonism) ได้มาพบกัน ซึ่งมรดกความคิดกรีกเองก็มีส่วนผสมของกรอบความเชื่อโบราณในแถบเมดิเตอร์เรเนียน แต่ถูกจัดระบบตามรูปแบบทางตรรกะของกรีกแล้วส่งผ่านไปยังตะวันออกกลางกับเปอร์เซีย ในช่วงศตวรรษที่ 3 กษัตริย์ Shapur ที่ 1

สถาปนาเมือง Jundishapur¹ ขึ้นบริเวณใกล้กับเมืองโบราณของเปอร์เซียที่ชื่อว่า Ahwaz ในระยะต้นเมืองใหม่นี้ใช้เป็นค่ายกักตัวเชลยสงคราม แต่ภายหลังเมืองได้เติบโตกลายเป็นศูนย์กลางของการศึกษาศาสตร์โบราณ มีการตั้งสำนักวิชาแบบอเล็กซานเดรีย เพื่อสอนด้านการแพทย์ คณิตศาสตร์ ดาราศาสตร์ ตรรกศาสตร์ มีการแปลตัวบทของกรีกเป็นภาษาซีเรีย รวมทั้งแปลเอกสารจากภาษาสันสกฤตของอินเดียและภาษาเปอร์เซีย เมืองนี้จะคงบทบาทการเป็นศูนย์กลางการเรียนรู้ภูมิปัญญาโบราณต่อเนื่องไปจนถึงช่วงราชวงศ์อับบาซิด (Abbasid) (Nasr, 1968, pp. 30-31)

Jundishapur หรือ Gondeshapur เติบโตเป็นชุมชนขนาดใหญ่ของพวกเนสโตเรียน (Nestorian) ซึ่งเป็นนิกายคริสเตียนนอกรีตสายหนึ่ง คนกลุ่มนี้ถูกบีบบังคับให้ทิ้งถิ่นฐานจากทางตะวันตกในช่วงศตวรรษที่ 5 พร้อมกันนั้น ผู้ลี้ภัยทางการเมืองและศาสนากลุ่มอื่น ๆ เช่น วิทยาลัยในเอเธนส์ (ที่ก่อตั้งโดยเพลโต) ซึ่งถูกปิดไปโดยพวกคริสเตียนในค.ศ. 529 ก็หนีมาที่นี่ ด้วยเหตุนี้ ในช่วงเวลาดังกล่าว Gondeshapur จึงกลายเป็นที่อาศัยของปราชญ์จากหลากหลายความเชื่อรวมถึงผู้ศึกษาในสายการแพทย์ สำหรับคนเหล่านี้ การแปลเอกสารจากต่างภาษาเป็นวิถีปฏิบัติทั่วไป ในเมืองเต็มไปด้วยผู้คนที่พูดภาษาหลากหลาย อาทิ กรีก ซีเรีย สันสกฤต เอกสารจำนวนมากจึงถูกแปลถ่ายทอดจากภาษากรีกและสันสกฤตไปสู่ภาษาอื่น ต่อมา Gondeshapur ถูกชาวอาหรับยึดครองในค.ศ. 638 และปราชญ์ในเมืองเรียนรู้ภาษาของผู้ปกครองกลุ่มใหม่อย่างรวดเร็ว เริ่มเกิดกระบวนการแปลงานของกรีกและอินเดียทั้งในสาขาการแพทย์ เชาคณิต และเอกสารด้านวิทยาศาสตร์อื่น ๆ ให้เป็นภาษาอาหรับ (Watson, 2005, pp. 267-268)

หลังจากนั้น ชาวมุสลิมพิชิตเมืองอเล็กซานเดรียได้ในค.ศ. 641 ทำให้ชาวมุสลิมเข้าถึงหนังสือและเอกสารภาษากรีกเพิ่มขึ้นอีกจำนวนมาก จะเห็นว่าเป็นเส้นทางที่ภูมิปัญญากรีกและอินเดียได้ถ่ายทอดส่งต่อไปยังตะวันออกกลางและเปอร์เซีย กระบวนการแปลตัวบทเป็นภาษาอาหรับมีส่วนช่วยในการส่งผ่านมรดกทางปัญญาของกรีกไปสู่สมัยหลัง เมื่อดินแดนเหล่านี้ทยอยตกอยู่ภายใต้อาณัติของชาวมุสลิมอาหรับบริบทดังกล่าวคือการเปิดโอกาสให้นักปราชญ์อาหรับได้ศึกษาและรับเอาอิทธิพลทางความคิดของกรีกไว้

Nasr (1968, p. 32) ชี้ให้เห็นว่าศาสตร์และศิลป์ของโลกอิสลามสังเคราะห์ขึ้นจากองค์ความรู้โบราณหลายๆ แหล่งก็จริง ทั้งเมดิเตอร์เรเนียนและโลกตะวันออก แต่ส่วนที่โดดเด่นคืองานที่แปลจากอารยธรรมเฮลเลนิสติกของกรีก ชาวมุสลิมแยกแยะกรอบ

¹หนังสือบางเล่มเรียกชื่อเมืองนี้ว่า Gondeshapur

การเรียนรู้ตามแบบฉบับของกรีกที่แบ่งเป็น 2 แนวทาง ด้านหนึ่งคือสำนักเฮอริเมติก-พีทาโกรัส (Hermetic-Pythagorean school) ที่มีวิธีศึกษาเชิงอภิปรัชญา การตีความเชิงสัญลักษณ์จากปรากฏการณ์และจากคณิตศาสตร์ อีกด้านหนึ่งคือสำนักตรรกวิทยาและเหตุผล (Syllogistic-rationalistic school) ซึ่งดำเนินตามอริสโตเติล (Aristotle) ที่พยายามหาตำแหน่งแห่งที่ของสรรพสิ่งเพื่อจัดวางตามระบบเหตุผล ท้ายที่สุดแนวคิดสำนักแรกกลายเป็นส่วนที่ผนวกรวมเข้ากับโลกอิสลาม

จากคำอธิบายพื้นฐานทางปรัชญาของศาสนาอิสลามในข้อ 2.1 ย่อมเข้าใจได้ไม่ยากว่าเหตุใดแนวคิดสายพีทาโกรัสจึงเป็นตัวเลือกในการหลอมรวมเข้ากับการศึกษาของนักปราชญ์อิสลาม ทั้งนี้เนื่องจากแนวคิดสายพีทาโกรัสนั้นมุ่งที่จะเข้าใจความลึกลับของธรรมชาติโดยศึกษาผ่านร่องรอยสัญลักษณ์ที่ปรากฏการณ์ธรรมชาติเผยหรือบอกใบ้ไว้ และอาศัยคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือถอดรหัสของสัญลักษณ์ในธรรมชาติ เมื่อปรัชญาของศาสนาอิสลามเห็นว่าธรรมชาติเป็นการถักทอของสัญลักษณ์และสามารถนำไปสู่การเข้าใจเอกภาพอันศักดิ์สิทธิ์ที่สืบเนื่องจากพระเป็นเจ้า การเปิดรับองค์ความรู้ของกรีกสกุลนี้จึงเป็นสิ่งที่น่าจะช่วยให้บรรลุป้าหมายได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะอารยธรรมกรีกเองมีการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ที่ก้าวหน้าไม่น้อยและยังคงตกทอดมาถึงช่วงที่อเล็กซานเดรียเป็นศูนย์กลางทางภูมิปัญญา

จึงพอสรุปได้ว่า ชาวอาหรับมิได้รับเอาอิทธิพลความคิดของกรีกไปเสียทั้งหมด แต่มีการกลั่นกรองให้เข้ากับเป้าหมายเชิงปรัชญาในวัฒนธรรมของตน เช่นมีข้อสังเกตว่าชาวอาหรับไม่สนใจวรรณกรรมกรีกมากนัก ไม่ว่าจะเป็นบทกวี ละคร หรือประวัติศาสตร์ เพราะชาวอาหรับมีจารีตทางวรรณกรรมของตนเอง ขณะที่ทำที่ต่อผลงานการแพทย์ (กาเลน-Galen) คณิตศาสตร์ (ยูคลิด-Euclid และ ทอเลมี-Ptolemy) ปรัชญา (เพลโตและอริสโตเติล) กลับแตกต่างออกไป (Watson, 2005, pp. 268-269) มรดกทางความคิดของกรีกถูกกลั่นกรองด้วยเงื่อนไขว่า องค์ความรู้ที่จะรับมานั้นต้องมีความสอดคล้องกับเป้าหมายและกรอบแนวคิดเชิงปรัชญาของศาสนาอิสลาม เนื้อหาในส่วนนี้จึงชี้ให้เห็นถึงเส้นทางเดินของมรดกภูมิปัญญากรีกซึ่งส่งผ่านไปสู่มุสลิมภายใต้กระบวนการแปลและศึกษาต่อยอดผลงานของอารยธรรมกรีก และมีผลต่อการศึกษาคณิตศาสตร์ดังที่จะกล่าวต่อไป

2.3 การก่อตัวของอาณาจักรและบทบาทของชนชั้นปกครอง

นอกจากพิจารณากรอบคิดทางปรัชญาศาสนาและอิทธิพลของแนวคิดกรีกแล้วบริบทถัดมาคือการสำรวจความเป็นไปในโลกอิสลาม เพื่อทำความเข้าใจปัจจัยทางสังคม

ที่เข้ามาเกี่ยวข้องกับการทำงานของอัลควาริซมี โดยเฉพาะบทบาทของชนชั้นปกครองที่ช่วยเก็บรักษามรดกทางภูมิปัญญาอันสืบต่อมาจากโลกโบราณ

การก่อตัวของอาณาจักรอิสลามในยุคของอัลควาริซมีเป็นผลสืบเนื่องจากเหตุการณ์หลังสงครามของศาสดามุฮัมมัด กล่าวคืออะบูบักร์ (Abu Bakr) รับตำแหน่งเคาะลีฟะฮ์ หรือ กาลิฟ (Khalifa หรือ Caliph) ซึ่งในภาษาอาหรับหมายถึงผู้สืบทอด กาลิฟสี่ท่านแรกเรียกขานกันว่า รอชิดุน (Rashidun) ซึ่งหมายถึง ผู้ได้รับการนำทางอย่างถูกต้อง (the rightly guided ones) จนมาถึงกาลิฟท่านที่ 4 คือ อะลี (Ali ค.ศ. 656-661) ซึ่งเป็นลูกเขยและญาติกับศาสดามุฮัมมัด กลุ่มสาวกของท่านมีชื่อเรียกว่า ชีอะฮ์อะลี (shi'at 'Ali) คำ ๆ นี้เป็นที่มาของคำว่า ชีอะฮ์ (Shi'ah) แต่ต่อมา อะลีถูกสังหาร จนเกิดสงครามกลางเมือง (Islamic civil war) โดยมีมูอาวีเยฮ์ (Mu'awiyah ค.ศ. 661-680) ซึ่งเป็นผู้ปกครองจังหวัดในแถบซีเรียเป็นผู้ชนะ พัฒนาการของโลกอิสลามหลังจากนั้นจึงอยู่ภายใต้ราชวงศ์อุมัยยาด (Umayyad dynasty) ที่เป็นฝ่ายนิกายซุนนี (Sunni) และไม่เชื่อในความจำเป็นของการสืบทอดทางสายเลือด ขณะที่ฝ่ายชีอะฮ์เชื่อว่า ตำแหน่งกาลิฟเป็นความศักดิ์สิทธิ์ที่สืบเนื่องทางสายเลือด จึงมีการลุกขึ้นสู้แต่ไม่ประสบความสำเร็จ ทั้งนี้ภายใต้ราชวงศ์อุมัยยาด โลกอิสลามขยายอำนาจไปในอินเดีย แอฟริกา และคาบสมุทรไอบีเรียเป็นช่วงที่มีพัฒนาการด้านสถาปัตยกรรม และภาษาอารบิกกลายเป็นภาษาราชการแทนที่ภาษากรีกและเปอร์เซีย เจริญของโรมันและไบแซนไทน์ ถูกแทนที่ด้วยเจริญอาหรับ (Watson, 2005, pp. 264-265) คำอธิบายนี้ชี้ให้เห็นที่มาของการแบ่งแยกนิกายในศาสนาอิสลามและเป็นประเด็นที่ส่งผลต่อความเป็นไปทางประวัติศาสตร์ในดินแดนของพวกอาหรับนับแต่นั้น

ราชวงศ์อุมัยยาดปกครองทั้งทางโลกและทางศาสนา แต่ฝ่ายตรงข้ามอ้างความชอบธรรมโดยเน้นที่สถานะอันเหนือกว่าทางสายเลือด ช่วงประมาณค.ศ. 747 และ 749 เกิดการลุกฮือของฝ่ายชีอะฮ์ โดยกลุ่มที่เรียกกันว่าอับบาซิด กลุ่มนี้อ้างการสืบทอดจากลุงของศาสดามุฮัมมัดผู้มีชื่อว่า อัล-อับบาซ (al-Abbas) เมื่อประสบชัยชนะ ผู้นำกลุ่มคือ อะบูล-อับบาซ (Abu'l-'Abbas) ได้รับการสนับสนุนจากกองกำลังฝ่ายชีอะฮ์และสถาปนาราชวงศ์อับบาซิดขึ้น กษัตริย์องค์ที่ 2 ของราชวงศ์ คือ อัล-มันซูร (al-Mansur ค.ศ. 745-775) ย้ายเมืองหลวงจากดามัสกัสไปยังแบกแดด ซึ่งกลายเป็นเมืองสำคัญในภายหลังเพราะเป็นเมืองท่าเปิดรับเรือจากจีน อินเดีย และแอฟริกา รวมทั้งติดต่อกับซีเรียและโลกเฮลเลนิสติกของกรีกได้ง่าย โดยเฉพาะอย่างยิ่งแบกแดดตั้งอยู่ในตำแหน่งที่ใกล้กับ Gondeshapur ทางตะวันตกเฉียงใต้ของเปอร์เซียซึ่งเป็นศูนย์กลางการเรียนรู้ที่สำคัญ (Watson, 2005, p. 267) ในสมัยราชวงศ์อับบาซิด กิจกรรมทางภูมิปัญญาในโลก

อิสลามมีความรุดหน้าจนนับเป็นศูนย์กลางความเจริญของโลกก่อนสมัยใหม่ ทั้งนี้ คุญูปการที่สำคัญที่สุดเรื่องหนึ่งซึ่งโลกอิสลามมีให้กับประวัติศาสตร์คือการแปล

แนวคิดเรื่องการแปลเอกสารต่างภาษาได้ถูกถ่ายทอดไปยังดามัสกัสและแบกแดด ซึ่งกิจกรรมการแปลนี้มีต้นกำเนิดจากวิถีปฏิบัติของชาวคริสต์ ยิว และพวกนอกรีตบางกลุ่มเพราะจารีตนี้ไม่เคยมีมาก่อนในโลกอาหรับ แต่ตัวแบบของ Gondeshapur เกิดจากการเป็นที่รวมของวัฒนธรรมอันหลากหลายและจากนั้นพวกเนสโตเรียนเป็นฝ่ายเผยแพร่สิ่งเหล่านี้ ต้นศตวรรษที่ 9 โลกอิสลามได้กาหลปที่มีความคิดเปิดกว้าง คือ อัล-มะอ์มูน (al-Ma'mun)² ที่เชื่อในแนวคิดเรื่องการรวมเอาสาระของกูรานเข้ากับการใช้เหตุผลของมนุษย์ กล่าวกันว่าครั้งหนึ่งอาริสโตเติลปรากฏตัวในความฝันของอัล-มะอ์มูน เป็นเหตุให้อัล-มะอ์มูนตัดสินใจส่งคณะเดินทางไปยังคอนสแตนติโนเปิล (Constantinople) เพื่อค้นหาเอกสารจำนวนมากของกรีกและสถาปนาให้แบกแดดเป็นศูนย์กลางการแปล อัล-มะอ์มูนยังก่อตั้งบ้านแห่งวิทยปัญญา หรือ บัยตุลฮิกมะฮ์ (House of Wisdom หรือ Bayt al-Hikma) ในค.ศ. 833 โดยมีต้นแบบมาจากพวกกรีกที่อเล็กซานเดรีย การแปลเอกสารเริ่มต้นขึ้นพร้อมกับการเก็บข้อมูลสังเกตทางดาราศาสตร์ การทดลองทางเคมี และสอนองค์ความรู้ต่าง ๆ หัวหน้ากองแปลเป็นพวกคริสเตียนเนสโตเรียนที่ชื่อว่า หุไนน์ อิบน์ อิสฮาก (Hunayn ibn-Ishaq ค.ศ.809-873) รวมถึงผู้สืบทอดของเขามีบทบาทในการแปลฟิสิกส์ของอาริสโตเติล รีพับลิกของเพลโต กายวิภาคเจ็ดเล่มของกาเลน (ซึ่งหายสาบสูญไปจากดินแดนกรีก) งานของฮิปปอกเรตีส (Hippocrates) และหุไนน์ยังแปลคัมภีร์พันธสัญญาเก่า (Old Testament) จากภาษากรีกด้วยตัวของเขาเอง นอกจากนี้ยังมีสถาบันอีกแห่งหนึ่งที่แปลงานของยุคลิด อาร์คิมิดีส (Archimedes) ทอเลมี และ อพอลโลเนียส (Apollonius) เป็นภาษาอาหรับิก หากไม่ได้บุคคลเหล่านี้ ผลงานของนักคิดกรีกที่ตกทอดจนถึงปัจจุบันจะมีจำนวนน้อยลงไป (Watson, 2005, pp. 268-269)

ด้วยข้อเท็จจริงดังที่กล่าวมา ไม่อาจปฏิเสธได้ว่าบทบาทของชนชั้นนำในราชวงศ์อับบาซิดมีส่วนสำคัญอย่างมากในการรวบรวมผลงานทางภูมิปัญญากรีกมาไว้ที่โลกอิสลาม ทั้งยังให้ความสำคัญกับการแปลงานเป็นภาษาอาหรับิกอย่างจริงจัง บางแหล่งข้อมูลระบุว่า การส่งคณะไปยังคอนสแตนติโนเปิลในครั้งนั้น คณะได้ขอสำเนาหนังสือ *Elements* ของยุคลิดด้วย (Burton, 2007, p. 240) การก่อดวงของราชวงศ์อับบาซิดจึงไม่เพียงแต่สร้างเงื่อนไขด้านเสถียรภาพให้กับดินแดนอาหรับช่วงระยะหนึ่ง

² กษัตริย์ลำดับที่ 5 ของราชวงศ์อับบาซิด

แต่ยังเป็นช่วงเวลาสำคัญของการสถาปนาทางภูมิปัญญาในโลกอิสลามและช่วยสืบสานภูมิปัญญาโบราณให้มีความต่อเนื่องไปสู่สมัยหลัง

ทั้งนี้ช่วงที่เกิดความเคลื่อนไหวด้านการแปล (Translation movement) โดยมีศูนย์กลางที่แบกแดด เป็นช่วงที่สังคมอาหรับมีการอุปถัมภ์ทางภูมิปัญญาและวิทยาการ ซึ่งต่อเนื่องจากศตวรรษที่ 8 ไปถึงปลายศตวรรษที่ 12 ผู้ที่สนใจอ่านงานเหล่านี้รวมถึงแพทย์ นักเทววิทยา โหราจารย์ ขุนนางราชสำนัก พระราชวงศ์ และฝ่ายปกครอง ผลจากการแปลทำให้มีการขยายตัวขององค์กรที่ศึกษาความรู้ทางวิทยาศาสตร์กระจายไปยังเมืองอื่น ๆ ในจักรวรรดิ ฝ่ายปกครอง อาทิ ข่าหลวง ผู้ปกครองท้องถิ่น และราชวงศ์มุสลิมอื่น ๆ ที่เป็นอิสระก็มีบทบาทในการอุปถัมภ์ด้วยเช่นกัน จนถึงศตวรรษที่ 12 ความสัมพันธ์เชิงอุปถัมภ์นี้เกิดขึ้นทั่วไปในแวดวงราชสำนักรวมไปถึงชาวเมืองที่มั่งคั่งเป็นสายสัมพันธ์ระหว่างผู้อุปถัมภ์กับนักปราชญ์โดยตั้งอยู่บนฐานของการแลกเปลี่ยนระหว่างกันในด้านผลประโยชน์ ความจงรักภักดี และการตอบแทน (Brentjes, 2009, pp. 305-306) แสดงให้เห็นว่าการอุปถัมภ์นักปราชญ์ไม่ใช่เป็นเพียงกิจกรรมของราชวงศ์ แต่กระจายตัวลงมายังขุนนางราชสำนักกับชาวเมืองที่มีฐานะด้วย ผลงานแปลและงานเขียนต่าง ๆ ก็ไม่ได้จำกัดอยู่เฉพาะแวดวงของนักปราชญ์ แต่มีฐานผู้อ่านที่กว้างขวาง การอุปถัมภ์กลายเป็นจารีตทางสังคมที่ทำให้โลกมุสลิมมีความหลากหลายทางภูมิปัญญาเป็นอย่างมาก

บริบทที่กล่าวมาทั้งหมดในหัวข้อนี้คือการฉายให้เห็นภาพบทบาทของชนชั้นปกครองในดินแดนอาหรับภายใต้การก่อตัวของราชวงศ์อับบาซิด ซึ่งเป็นระยะเวลาที่กษัตริย์และชนชั้นนำต่าง ๆ ให้ความสำคัญกับการเข้าถึงแหล่งภูมิปัญญาภายนอกอย่างจริงจัง โดยเฉพาะการแปลงานดั้งเดิมของกรีกและการอุปถัมภ์ของชนชั้นปกครองเป็นจุดเสริมให้กิจกรรมการศึกษาทางภูมิปัญญาของนักปราชญ์ขยายตัว เนื้อหาส่วนถัดไปจะอภิปรายถึงความเชื่อมโยงระหว่างสถาบันทางสังคมกับผลงานสำคัญของอัลควาริซมีบนพื้นฐานของบริบททางประวัติศาสตร์ทั้งหมดที่กล่าวมา

3. ชีวิตและงานของอัลควาริซมี

ในทางประวัติศาสตร์ การกระทำใด ๆ ของบุคคลในอดีตย่อมสัมพันธ์กับสภาพแวดล้อมตามยุคสมัยของเขา กรณีของอัลควาริซมีก็ไม่แตกต่างกัน ในหัวข้อนี้จะนำเสนอภาพแวดล้อมร่วมสมัยของอัลควาริซมี ทั้งสภาพแวดล้อมทางความคิดและทางสังคมมาเป็นบริบทประกอบการทำความเข้าใจเนื้อหาสาระในงานเขียนของเขาโดยละเอียด

3.1 ภูมิหลังโดยสังเขป

แหล่งข้อมูลต่าง ๆ ไม่ได้กล่าวถึงประวัติส่วนตัวของอัลควาริซมีมากนัก คล้ายคลึงกับนักคณิตศาสตร์ก่อนสมัยใหม่ทั้งหลายซึ่งมีผลงานเป็นที่รู้จักแต่สวนทางกับหลักฐานด้านชีวิตส่วนตัว แหล่งข้อมูลแทบทั้งหมดกล่าวถึงอัลควาริซมีไว้ใกล้เคียงกัน กล่าวคือ อัลควาริซมีใช้ชีวิตการทำงานของเขาเกือบทั้งหมดใน House of Wisdom ที่แบกแดด อันเป็นศูนย์กลางภูมิปัญญาในยุคทองของประวัติศาสตร์อิสลาม ตำนานเล่ากันว่าเมื่อพวกมองโกลเข้าทำลาย House of Wisdom ในค.ศ. 1258 น้ำในแม่น้ำไทกริสกลายเป็นสีดำจากหมึกในหนังสือที่ถูกโยนลงน้ำ (Pickover, 2009, p. 84) อัลควาริซมีได้รับการอุปถัมภ์และมิตรภาพที่ดีจากกาหลิปอัล-มะอฺมูน โดยรับตำแหน่งนักดาราศาสตร์ประจำราชสำนักและเชื่อว่าน่าจะเป็นปราชญ์ลำดับต้น ๆ ที่เข้าทำงานใน House of Wisdom (Burton, 2007, p. 240)

ไม่ว่าตำนานเรื่องแม่น้ำเปลี่ยนสีจะเป็นจริงหรือไม่ก็ตาม เรื่องเล่าในลักษณะนี้สะท้อนถึงเอกสารจำนวนมหาศาลที่สะสมไว้ในสถานที่ดังกล่าว และสอดคล้องกับความเคลื่อนไหวด้านการแปลในช่วงราชวงศ์อับบาซิดที่กล่าวถึงไปแล้วว่ามีการรวบรวมและแปลเอกสารจำนวนมากเป็นภาษาอารบิก บริบทนี้จึงกลายเป็นส่วนหนึ่งที่แวดล้อมการทำงานของอัลควาริซมีใน House of Wisdom รวมทั้งข้อมูลที่ระบุเรื่อง กาหลิป มอบตำแหน่งหน้าที่การงานให้แก่อัลควาริซมี ก็ตรงกับจารีตการอุปถัมภ์นักปราชญ์ของชนชั้นปกครองในสังคมอาหรับที่กล่าวมาแล้วเช่นกัน

ท่ามกลางผลงานสมัยกรีกจำนวนมหาศาล อัลควาริซมีให้ความสนใจกับคณิตศาสตร์และสร้างชื่อเสียงด้วยผลงานด้านนี้ ประเด็นที่ควรต้องพิจารณาคือชาวมุสลิมในสมัยดังกล่าวมองสถานะของคณิตศาสตร์อย่างไร ซึ่งพบว่าชาวมุสลิมแยกแยะการศึกษาคณิตศาสตร์เป็นสองแนวทาง ด้านหนึ่งคือพีชคณิตที่เกี่ยวข้องกับเรขาคณิตและตรีโกณมิติ อีกด้านคือศาสตร์เกี่ยวกับตัวเลขในแง่มูลเดียวกับสำนักพิทาโกรัส ตัวเลขในแบบพิทาโกรัสมีทั้งด้านที่สื่อถึงจำนวนหรือปริมาณและด้านที่สื่อในเชิงสัญลักษณ์ซึ่งโยงไปถึงความเป็นเอกภาพ ตัวเลขแต่ละจำนวนมีพลังในการวิเคราะห์ซึ่งเหนือไปกว่าธรรมชาติเชิงปริมาณของตัวมันเอง รวมทั้งมีพลังในการสังเคราะห์เพราะตัวเลขต่าง ๆ มีพันธะภายในเชื่อมโยงกันเข้าเป็นกลุ่มก้อน การศึกษาตัวเลข คือการเข้าใจตัวเลขในฐานะสัญลักษณ์อันนำไปสู่ความเข้าใจโลกที่แฝงด้วยปัญญา แม้ว่าแง่มุมเชิงสัญลักษณ์นี้อาจไม่ใช่สิ่งที่ระบุให้เห็นได้ชัด แต่การเชื่อมโยงตัวเลขเข้ากับรูปแบบทางเรขาคณิตช่วยปลดปล่อยความคิดมนุษย์จากการพึ่งพาอาศัยปรากฏทางกายภาพและเป็นหนทางไปสู่การเข้าใจโลกกับเข้าใจเอกภาพในธรรมชาติในท้ายที่สุด (Nasr, 1968, p. 26)

คำอธิบายชุดนี้ยืนยันถึงบริบททางความคิดที่ได้รับจากกรอบคิดแบบอิสลาม คณิตศาสตร์ไม่ว่าจะศึกษาจากตัวเลขหรือจากรูปแบบทางเรขาคณิตก็ตาม ล้วนมีบทบาทในการพาความคิดของมนุษย์ให้ก้าวพ้นจากธรรมชาติทางกายภาพที่ปรากฏเป็นรูปธรรมไปสู่การเข้าใจสัญญาณที่แฝงอยู่เบื้องหลัง สอดคล้องกับเป้าหมายการค้นหาเอกภาพภายในธรรมชาติที่ร้อยรัดสรรพสิ่งไว้ด้วยกันและเป็นหนึ่งเดียวกับพระเป็นเจ้า เมื่อคณิตศาสตร์มีสถานะดังนี้ การที่อัลควาริซมีซึ่งเป็นปราชญ์ในโลกอิสลามสนใจศึกษาคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งที่เข้าใจได้ ส่วนการศึกษาคณิตศาสตร์ของชาวกรีกมีเป้าหมายที่ใกล้เคียงกัน โดยเฉพาะสำนักพีทาโกรัสที่ถือว่าตัวเลขเป็นสิ่งจำเป็นในการค้นหาความลับของธรรมชาติ เนื่องจากกลไกกำกับธรรมชาติเขียนขึ้นด้วยภาษาคณิตศาสตร์ การรับอิทธิพลทางความคิดชุดนี้จากภูมิปัญญากรีกในช่วงเวลาดังกล่าวจึงหลอมรวมเข้ากับเป้าหมายของศาสนาอิสลามได้

แต่บริบทรวมสมัยของอัลควาริซมียังไม่หมดเพียงเท่านั้น ภูมิปัญญาอีกแหล่งหนึ่งที่ส่งผลอย่างสำคัญเช่นกันต่อผลงานทางความคิดของเขามาจากฟากตะวันออกคือ อินเดีย มีข้อมูลว่าประมาณค.ศ. 771 นักเดินทางจากอินเดียที่มายังแบกแดดได้นำเอางานทางดาราศาสตร์คือ *Siddhanta* มาด้วยและกาหลิปอัล-มันซูรสั่งให้แปลงานดังกล่าว ชาวเมืองรู้จักผลงานนั้นในชื่อ *Sindhind* และชาวอินเดียยังนำผลงานทางคณิตศาสตร์ที่ทำให้ดินแดนอาหรับได้รู้จักตัวเลขฮินดู (1, 2, 3, 4,...) มาด้วย และกลายเป็นผลงานที่ทำให้ตัวเลข 0 เริ่มเป็นที่รู้จัก โดยก่อนหน้านั้นชาวอาหรับใช้ตัวอักษรหรือตัวอักษรในการเขียนจำนวน ตัวเลข 0 อาจจะเริ่มต้นกำเนิดจากจีน แต่ในภาษาอารบิกเรียกว่า *zephirum* ซึ่งเป็นที่มาของคำว่า 'cipher' และ 'zero' การแปลเอกสารจากอินเดียเหล่านี้เป็นพื้นฐานทางความคิดที่สำคัญให้แก่อัลควาริซมีผู้โด่งดัง (Watson, 2005, p. 268)

ข้อมูลเรื่องระบบตัวเลขที่ถ่ายทอดจากอินเดียมาสู่โลกมุสลิมและท้ายที่สุดไปถึงยุโรปนี้ มักใช้เป็นตัวอย่างสำคัญของวัฒนธรรมตะวันตกที่มีรากเหง้ามาจากอาหรับ เป็นการยืนยันว่าเรื่องราวบางประการในอารยธรรมตะวันตกมีต้นตอมาจากการหยิบยืมเป็นสำคัญ โดยสิ่งเหล่านี้เกิดขึ้นก่อนความขัดแย้งทางศาสนาในช่วงยุคกลาง แต่จุดเน้นในบทความต้องการชี้ให้เห็นด้วยว่า การแปลตัวบทของอินเดียเป็นภาษาอารบิกเกิดขึ้นในเวลาใกล้เคียงกับช่วงชีวิตของอัลควาริซมี ส่งผลให้การศึกษาคณิตศาสตร์ของเขามีตัวเลือกในแง่ 'วัตถุดิบ' ที่หลากหลาย และเป็นงานที่สะท้อนบรรยากาศทางภูมิปัญญาที่เปิดกว้าง เอื้อต่อการสร้างสรรค์สิ่งใหม่

อัลควาริซมีมีชื่อเสียงจากงานด้านพีชคณิต (Algebra) แต่พีชคณิตเองก็ปรากฏร่องรอยอิทธิพลอินเดียด้วย พีชคณิตที่ชาวมุสลิมศึกษามีรากเหง้ามาจากคณิตศาสตร์ของอินเดียและนำมาสังเคราะห์กับวิธีการแบบกรีก การศึกษาพีชคณิตเกี่ยวข้องกับ

มุมมองว่าด้วยความเป็นอนันต์ซึ่งมีต้นกำเนิดมาจากอินเดียและรับช่วงต่อในโลกอิสลาม โลกอิสลามนำแนวคิดนั้นไปใช้กับเรขาคณิตและเลขคณิตจนแพร่หลายและกลายเป็นศาสตร์สำคัญที่สุดที่ชาวมุสลิมได้เพิ่มเติมให้กับองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์โบราณ การผสมผสานนี้ทำให้จารีตการศึกษาคณิตศาสตร์จากทั้งอินเดียและกรีกหลอมรวมกัน เป็นการศึกษาที่มีเป้าหมายทั้งในเชิงจิตวิญญาณและภูมิปัญญา ทั้งด้านการใช้งานและ ความเป็นเหตุเป็นผลอย่างบริสุทธิ์ (Nasr, 1968, p. 148)

กล่าวโดยสรุป เราไม่อาจทราบความเป็นมาและชีวิตส่วนตัวของอัลควาริซมีมากนัก แต่ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับเขาอย่างชัดเจน คือสถานที่ทำงานที่แวดล้อมไปด้วยผลงานทางภูมิปัญญาจากต่างวัฒนธรรมที่มารวมกันอยู่ในโลกมุสลิม สิ่งเหล่านี้ช่วยให้เข้าใจ ภูมิหลังทางความคิดในการศึกษาคณิตศาสตร์ของอัลควาริซมีได้ส่วนหนึ่ง รวมทั้งมองเห็นว่าวัตถุดิบที่ใช้ในการศึกษาจากแหล่งต่าง ๆ มีประเด็นปลีกย่อยที่แตกต่างกัน อย่างไรบ้าง ซึ่งนั่นจะนำไปสู่การเข้าใจกระบวนการสังเคราะห์องค์ความรู้ที่สร้างจุดเด่น จนแตกต่างจากเดิมในหัวข้อถัดไป

3.2 ผลงานสำคัญ

เมื่อทราบถึงบริบทต่าง ๆ และภูมิหลังทางความคิดที่เกี่ยวข้องแล้ว หัวข้อนี้จะ รวบรวมรายละเอียดผลงานของอัลควาริซมี รวมทั้งประเด็นที่น่าสนใจเกี่ยวกับแนวทางการ ศึกษาพีชคณิตของเขาทั้งในแง่มุมมองของคณิตศาสตร์และประวัติศาสตร์

ผลงานหลักที่สร้างชื่อให้กับอัลควาริซมีเป็นหนังสือสองเล่ม เล่มแรกชื่อ *De numero indorum (Concerning the Hindu Art of Reckoning)* ซึ่งเป็นชื่อภาษาละติน ส่วนฉบับภาษาอารบิกได้สาบสูญไป หนังสือเล่มนี้น่าจะหยิบยืมแนวคิดมาจาก *Sindhind* ที่กล่าวถึงปัญหาทางเลขคณิตจำนวนมาก แต่อัลควาริซมีสร้างคำอธิบายที่สมบูรณ์ขึ้นใน เรื่องระบบตัวเลขของฮินดู ทั้งนี้อัลควาริซมียอมรับว่าเนื้อหาในหนังสือไม่ใช่สิ่งที่ตนคิด ขึ้นทั้งหมดแต่ก็มีแนวคิดใหม่บางอย่างที่รับรู้กันว่ามาจากความคิดของเขา ส่วนเล่มที่สอง ชื่อ *Hisab al-Jabr wa'l muqabalah*³ อันเป็นที่มาของฉายา 'บิดาแห่งพีชคณิต' งานชิ้นนี้ มีตัวอย่างการคำนวณมากกว่า 800 ตัวอย่าง ต่อมาในศตวรรษที่ 12 มีผู้แปลหนังสือเป็น ภาษาละตินเรียกชื่อย่อว่า *Algebra* ซึ่งได้กลายเป็นตำราคณิตศาสตร์พื้นฐานของ มหาวิทยาลัยยุโรปจนศตวรรษที่ 16 (Watson, 2005, p. 271)

แต่ถึงแม้อัลควาริซมีจะได้ฉายาดังกล่าวและชื่อหนังสือของเขาเป็นที่มาของ ศัพท์คำว่าพีชคณิตหรือ algebra แต่ไม่ได้หมายความว่าอัลควาริซมีคิดค้นพีชคณิตขึ้น

³Pickover (2009) ระบุชื่อเต็มของหนังสือ คือ *Kitab as-mukhtasar fi hisab al-jabr wa'l-muqabala* ซึ่งแปลว่า *the Compendious Book on Calculation by Completion and Balancing*

โดยลำพัง เพราะไม่มีความรู้คณิตศาสตร์สาขาใดที่เกิดขึ้นและต่อยอดโดยผ่านงานของบุคคลคนเดียว อัลควาริซมีเป็นเพียงตัวแทนของสำนักคิดในเปอร์เซียซึ่งมีอายุเก่าแก่และเขานำวิธีการศึกษาแบบเก่ามาเก็บรักษาไว้ในหนังสือของเขา ทั้งนี้วิธีการทางพีชคณิตของชาวอาหรับดั้งเดิมไม่ใช่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ใด ๆ แต่ใช้คำและนำเสนอตัวเลขในรูปของคำ (Burton, 2007, pp. 241-242) ดังนั้นพีชคณิตจึงเป็นศาสตร์ที่มีผู้ศึกษามาก่อน แต่เมื่อสิ่งนี้มาสร้างชื่อเสียงในประวัติศาสตร์ให้กับอัลควาริซมี จึงต้องให้ความสำคัญกับการพิจารณาแนวคิดที่อัลควาริซมีได้เพิ่มและหรือสังเคราะห์ขึ้น

Rashed (1996, pp. 349-350) ชี้ให้เห็นว่าข้อแตกต่างในผลงานของอัลควาริซมีซึ่งไม่เคยมีมาก่อน คือ การยกระดับทฤษฎีสมการให้หาคำตอบได้ด้วยเกณฑ์ (Radical) โดยสามารถประยุกต์ใช้กับโจทย์เลขคณิตและเรขาคณิตใด ๆ ก็ตาม รวมทั้งช่วยในการคำนวณ ธุรกรรมพาณิชย์ มรดก การรังวัดที่ดิน ฯลฯ เบื้องต้น อัลควาริซมีกล่าวถึงพจน์ (Term) ต่าง ๆ ที่เมื่อนำไปรวมเข้าด้วยกันจะเกิดรูปแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมด กล่าวคือพจน์เพียง 3 พจน์ (ax^2, bx, c) สามารถรวมกันเป็นรูปแบบสมการ 6 ประเภท

$$ax^2 = bx \quad ax^2 = c \quad bx = c$$

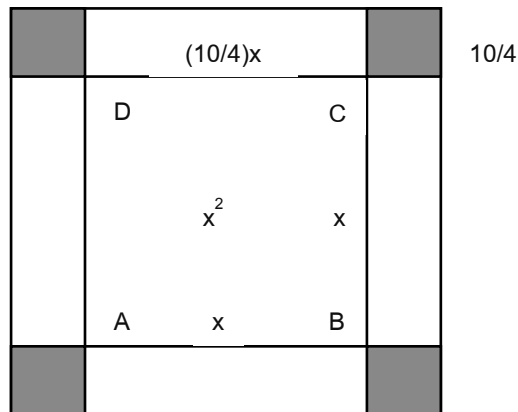
$$ax^2 + bx = c \quad ax^2 + c = bx \quad ax^2 = bx + c$$

จากนั้นอัลควาริซมีเสนอแนวคิดเรื่องรูปแบบปกติ (Normal form) โดยลดสมการข้างต้นแต่ละประเภทให้สัมพันธ์กับรูปแบบปกติที่เป็นสมการตรีนาม (Trinomial equations)

$$x^2 + px = q \quad x^2 = px + q \quad x^2 + q = px$$

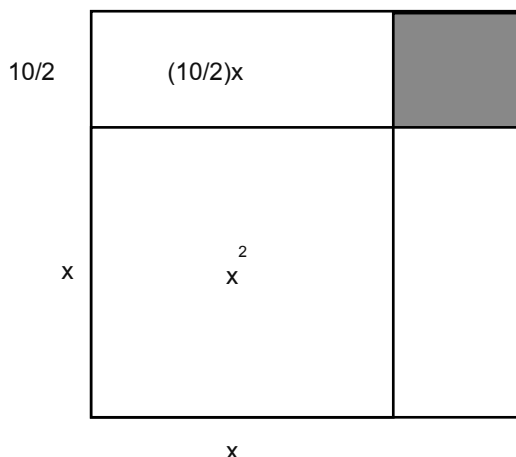
สิ่งที่อัลควาริซมีนำเสนอต่อมากล่าวข้องกับชื่อหนังสือโดยตรง คำว่า *al-Jabr* คือ วิธีการจัดพจน์ที่เป็นลบโดยเพิ่มพจน์ที่เท่ากันทั้งสองข้างของสมการ เช่น $x^2 = 50x - 5x^2$ ลดรูปเป็น $6x^2 = 50x$ โดยบวกด้วย $5x^2$ ทั้งสองข้าง ส่วน *wa'l muqabalah* เป็นวิธีการรวมพจน์คล้ายไว้ในข้างเดียวกันของสมการ เช่น $x^2 + 15 = x + 5$ ถูกลดรูปเป็น $x^2 + 10 = x$ อัลควาริซมีเชื่อว่าปัญหายากทางคณิตศาสตร์สามารถแก้ได้หากแตกสมการออกเป็นชุดของจำนวนหรือพจน์ที่เล็กลง ทั้งยังเชื่อว่าผลงานของเขาจะช่วยงานปฏิบัติหลาย ๆ ด้านที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณได้ (Pickover, 2009, p. 84) การแก้โจทย์ต่อจากนี้จะเป็นสิ่งที่รู้จักในปัจจุบัน คือการทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (Completing the square)

อัลควาริซมีสาธิตวิธีการใช้เรขาคณิตเพื่อแก้สมการกำลังสอง (Quadratic equation) โดยยกสมการ $x^2 + 10x = 39$ และแก้โจทย์นี้เป็น 2 วิธี ค่า x^2 แทนด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD ในภาพที่ 1 ส่วนค่า $10x$ แทนด้วยสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งในภาพที่ 1 แบ่งเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า 4 รูป แต่ละรูปจะมีขนาด $(\frac{10}{4}x)$ ส่วนในภาพที่ 2 แบ่งเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า 2 รูป แต่ละรูปมีขนาด $(\frac{10}{2}x)$ กระบวนการนี้จะก่อให้เกิดสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเล็กสี่เท่า โดยในภาพที่ 1 เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสสี่เท่า 4 รูป แต่ละรูปจะมีขนาด $(\frac{10}{4})^2$ ส่วนในภาพที่ 2 เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสสี่เท่า 1 รูป ซึ่งจะมีขนาด $(\frac{10}{2})^2$ เมื่อนำค่าเหล่านี้ไปเทียบกับพื้นที่รวมทั้งหมด (รวมเอาพื้นที่ของทุกสี่เหลี่ยมทั้งส่วนที่เป็นสีขาวและสีเทา) ไม่ว่าคำนวณจากรูปที่ 1 และรูปที่ 2 พื้นที่รวมนี้จะมีค่าเท่ากับ $(x + \frac{10}{2})^2$ หากเขียนเป็นสมการและหาค่าออกมาจะได้ค่า $x = 3$ เหมือนกันทั้งสองกรณี เมื่อแก้โจทย์ได้แล้ว อัลควาริซมีจึงแสดงให้เห็นว่าวิธีนี้สามารถใช้กับสมการกำลังสองทั่วไปได้เช่นกัน จากรูปแบบปรกติ $x^2 + px = q$ ที่กล่าวมาข้างต้น คำตอบที่จะได้จากวิธีกำลังสองสมบูรณ์ คือ $x = \sqrt{q + (\frac{p}{2})^2} - \frac{p}{2}$ (Burton, 2007, pp. 242-243)



ภาพที่ 1

ที่มา: *The History of Mathematics: An Introduction* (6th ed.) by David M. Burton, 2007, New York: McGraw-Hill, p. 242.



ภาพที่ 2

ที่มา: *The History of Mathematics: An Introduction* (6th ed.) by David M. Burton, 2007, New York: McGraw-Hill, p. 243.

ทั้งนี้บทความเพียงเลือกอธิบายวิธีแก้โจทย์โดยผ่านภาพเรขาคณิตเท่านั้น เนื่องจากเป้าหมายหลักคือการนำเสนอวิธีการใหม่ที่อัลควาริซมีสังเคราะห์ขึ้น ส่วนการทำความเข้าใจกับวิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องรอง อย่างไรก็ตาม วิธีการที่เสนอมานี้สามารถอธิบายเป็นสมการทางพีชคณิตได้เช่นเดียวกัน สิ่งที่อัลควาริซมีสาธิต คือการนำเรขาคณิตมาใช้เป็นเครื่องมือเพื่อแทนส่วนที่ยังไม่ทราบค่าในสมการและใช้ตรรกะทางเรขาคณิตมาหาค่าพื้นที่ส่วนที่เพิ่มขึ้นมา ซึ่งเท่ากับเพิ่มพจน์ที่เป็นค่ากำลังสอง คำตอบที่ได้จึงต้องเกี่ยวข้องกับกรณฑ์ ($\sqrt{\quad}$) ไปโดยปริยาย แต่สิ่งนี้ช่วยให้บรรลุเป้าหมายในการหาคำตอบทั่วไปสำหรับสมการต่าง ๆ เมื่อนำมาเทียบกับรูปแบบปกติ วิธีคิดนี้สอดคล้องกับคำว่า algorithm หรือขั้นตอนวิธี ที่คิดหาคำตอบภายใต้ค่าคงตัว (Constant) ซึ่งสมมติขึ้นทางพีชคณิต แต่คำตอบที่ได้นั้นประยุกต์ใช้ได้กับสมการอื่น ๆ หากจัดให้อยู่ในรูปแบบเดียวกัน ในจุดนี้อาจตีความได้ด้วยว่า แนวคิดที่นำเสนอไปสอดคล้องกับบทวิเคราะห์ในหัวข้อ 2.1 เพราะเป็นการหาเอกภาพของคำตอบแม้ว่าสมการจะแปรเปลี่ยนไปตามค่าคงตัวก็ตามที่ กล่าวอีกนัยหนึ่ง โจทย์ต่าง ๆ เป็นภาวะซ้ำค่าคงตัวอาจเปลี่ยนแปลงไปได้เสมอ แต่คำตอบของสมการมีเพียงรูปแบบเดียว คำตอบสามารถใช้ได้กับทุกกรณีอันเป็นตัวแทนของแนวคิดเรื่องเอกภาพที่เป็นหนึ่งเดียวในธรรมชาติ แม้ว่าธรรมชาติที่ปรากฏให้เห็นจะมีความผันแปรหรือความไม่คงที่อยู่ตลอด

อนึ่ง การใช้ภาพเรขาคณิตอย่างสี่เหลี่ยมมาแทนปริมาณแทนที่จะใช้ตัวเลขเป็นสิ่งที่อารยธรรมกรีกได้ริเริ่มไว้ เพราะในอดีตอารยธรรมกรีกใช้ตัวอักษรเป็นหลักและไม่มีระบบตัวเลข การคิดคำนวณทางเลขคณิตของชาวกรีกจึงใช้ภาพทางเรขาคณิตแทน

เนื้อหาโดยรวมของหนังสือเล่มนี้จึงไล่เรียงจากวิธีทางพีชคณิตสองวิธีอันเป็นที่มาของชื่อหนังสือ (การจัดพจน์ที่เป็นลบและการรวมพจน์ที่คล้ายกัน) และนำไปสู่การเขียนสมการให้อยู่ในรูปแบบปรกติ เมื่อได้รูปแบบแล้วจึงหาวิธีแก้สมการด้วยแนวคิดที่ไม่ซับซ้อนมากนักแต่ได้คำตอบที่ใช้ได้กับกรณีทั่วไป หลังจากเนื้อหาส่วนนี้แล้ว อัลควาริซมีได้ศึกษากฎพื้นฐานทางเลขคณิตที่นำมาช่วยในการกระจายนิพจน์พีชคณิต (Algebraic expression) และได้เป็นผลคูณในรูป $(a \pm bx)(c \pm dx)$ ซึ่งสัมพันธ์กับรูปแบบปรกติของสมการพีชคณิตที่กล่าวมาก่อนหน้านี้เช่นกัน บทถัด ๆ ไปในหนังสือเป็นการประยุกต์ใช้ทฤษฎีเพื่อแก้โจทย์ปัญหาทั้งเชิงตัวเลขและเชิงเรขาคณิต และสุดท้ายเป็นโจทย์เรื่องเกี่ยวกับมรดกโดยใช้พีชคณิตเข้ามาช่วย (Rashed, 1996, p. 352) ทั้งนี้ การเปลี่ยนสมการตรีนาไมให้อยู่ในรูปของผลคูณ $(a \pm bx)(c \pm dx)$ ก็คือเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่รู้จักกันในปัจจุบันว่า การแยกตัวประกอบอันเป็นอีกวิธีการหนึ่งในการแก้โจทย์สมการกำลังสอง ผลงานอายุกว่าพันปีชิ้นนี้จึงมีสถานะเป็นมรดกจากโลกก่อนสมัยใหม่ที่ยังคงใช้งานและปรากฏทั่วไปในเนื้อหาวิชาพีชคณิตในปัจจุบัน และถือเป็นหนังสือสำคัญที่สุดเล่มหนึ่งในประวัติศาสตร์คณิตศาสตร์

จากโครงสร้างโดยสังเขปของหนังสือ ยังสามารถวิเคราะห์ต่อไปได้ว่า การศึกษาคณิตศาสตร์ในโลกอิสลามโดยเฉพาะจากผลงานของอัลควาริซมีสัมพันธ์กับเป้าหมายเชิงปรัชญาศาสนา ในขณะเดียวกันก็คำนึงถึงการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหากับโจทย์ที่เป็นรูปธรรมหรือที่เกี่ยวข้องในวิถีชีวิตของสังคมมนุษย์ ข้อมูลนี้จึงช่วยเสริมข้อเท็จจริงเกี่ยวกับยุคทองทางภูมิปัญญาของโลกอิสลาม ซึ่งการแสวงหาความจริงทางโลกและทางศาสนามีร่องรอยความเกี่ยวข้องกัน การศึกษาความรู้ทางโลกทั้งที่กระทำผ่านธรรมชาติวิทยาและคณิตศาสตร์ ตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ เป็นไปตามพื้นฐานความเชื่อที่ว่าสรรพสิ่งย่อมโยงใยกลับไปสู่เอกภาพอันศักดิ์สิทธิ์ที่พระเป็นเจ้าทรงสร้างไว้ สถานะของความรู้ทางโลกเป็นส่วนที่เสริมการค้นหาเป้าหมายทางปรัชญาศาสนา การที่นักประวัติศาสตร์กล่าวถึงโลกอิสลามในสมัยของราชวงศ์อับบาซิดในฐานะอาณาจักรที่มีความรู้มรดกทางภูมิปัญญาอย่างสูง จึงไม่ใช่เรื่องที่เกินเลยความจริง โดยเฉพาะเมื่อนำผลงานของนักปราชญ์อย่างอัลควาริซมีมาศึกษาอย่างละเอียด

เมื่อกล่าวถึงจุดเด่นในทางประวัติศาสตร์ความคิดของผลงานชิ้นนี้ Burton (2007, pp. 243-244) ได้แยกแยะอย่างชัดเจนว่า เรขาคณิตซึ่งเป็นสิ่งสำคัญอยู่คู่กับผลงานเรื่อง *Elements* ของยุคลิดได้นำมาใช้เป็นสื่อที่เชื่อมโยงกับพีชคณิต อัลควาริซมี

แสดงให้เห็นถึงการข้ามข้อจำกัดระหว่างความรู้ทั้งสองแขนง ใช้ภาพทางเรขาคณิตช่วยเสริมความเข้าใจการลำดับเหตุผลทางพีชคณิต หากเปรียบเทียบแล้วการแก้โจทย์กรณีต่าง ๆ ที่ละข้อ ๆ เป็นสิ่งที่ชาวบาบิโลเนียนเคยทำได้ แต่วิธีการนั้นถูกรวมเข้าเป็นส่วนหนึ่งของวิธีการลดรูปสมการกำลังสองอย่างเป็นระบบและสร้างรูปแบบปรกติในงานของอัลควาริซมี จุดนี้สะท้อนให้เห็นความก้าวหน้าในการสังเคราะห์องค์ความรู้อย่างชัดเจน นอกจากนี้นักคณิตศาสตร์อาหรับรุ่นต่อมาได้ร่วมกันทบทวน ถอดรื้อ พัฒนา และส่งผ่านองค์ความรู้อีกมากในสาขานี้ เช่น รากสมการกำลังสองที่เป็นจำนวนอตรรกยะ (Irrational number) ซึ่งชาวบาบิโลเนียน ชาวกรีก หรือแม้แต่ยุคคลิดไม่พยายามศึกษาเรื่องนี้เท่ากับพวกอาหรับ แม้ว่าถึงที่สุดแล้ว พวกอาหรับจะไม่ได้สนใจคำตอบที่เป็นจำนวนลบไปใช้กับสมการก็ตามเพราะต้องการหลีกเลี่ยงความยุ่งยาก ทั้งนี้การสร้างระบบจำนวนที่ยอมรับสถานะและความถูกต้องของจำนวนลบเป็นสิ่งที่ไปพัฒนาในคณิตศาสตร์สมัยใหม่

รายละเอียดที่กล่าวมาทั้งหมดในส่วนนี้ชี้ให้เห็นสาระสำคัญซึ่งปรากฏในผลงานของอัลควาริซมี ว่าเป็นการสร้างระเบียบแบบแผนให้การศึกษาพีชคณิต โดยสร้างกระบวนการและขั้นตอนวิธีใหม่ เป็นการหาคำตอบที่ประยุกต์ใช้ได้กับโจทย์ทั่วไปหากลดรูปของโจทย์นั้น ๆ ให้อยู่ในรูปแบบปรกติ จุดเด่นของหนังสือคือการนำมรดกทางภูมิปัญญาทั้งของกรีกและอินเดียมาเป็นส่วนเสริมสร้างแนวคิดและวิธีการใหม่ ๆ ซึ่งในทางประวัติศาสตร์แล้ว อัลควาริซมีใช้ชีวิตอยู่ท่ามกลางบริบทสังคมและภูมิปัญญาที่เอื้อต่อการทำงานของเข เนื่องจากได้รับการอุปถัมภ์จากชนชั้นนำและมีสภาพแวดล้อมการทำงานที่พร้อมไปด้วยตัวบทและเอกสารมากมายซึ่งตกทอดมาจากอารยธรรมก่อนหน้า ผลงานของอัลควาริซมีจึงไม่ใช่แค่ตำราทางคณิตศาสตร์ที่เป็นที่ยอมรับและใช้งานต่อเนื่องยาวนานเท่านั้น แต่เมื่อพิจารณาโดยสัมพันธ์กับบริบททั้งปวงที่กล่าวมายังถือเป็นหลักฐานชิ้นสำคัญอีกชิ้นหนึ่งที่ช่วยให้เห็นภาพอันแจ่มชัดของอารยธรรมในโลกก่อนสมัยใหม่ซึ่งหลอมรวมเข้าหากันอย่างกลมกลืนในโลกอิสลาม

3.3 มรดกตกทอดในภูมิปัญญาตะวันตก

ภายหลังจากที่อัลควาริซมีบุกเบิกแนวทางการศึกษาพีชคณิตแล้ว มีนักปราชญ์ในโลกอิสลามอีกไม่น้อยที่ศึกษาเรื่องพีชคณิตเช่นกันและมีส่วนทำให้องค์ความรู้ด้านนี้ขยายตัวไปมาก แต่สาระสำคัญที่สุดที่ทำให้ผลงานคณิตศาสตร์ของอัลควาริซมีเป็นที่รู้จักในวงกว้างเกิดจากการแปลและถ่ายทอดไปสู่ยุโรป

หนังสือทั้งสองเล่มของอัลควาริซมีซึ่งว่าด้วยเลขคณิตและเรขาคณิต เป็นผลงานหลักที่ทำให้ยุโรปรับเอาตัวเลขฮินดู (Hindu numerals) และวิธีทางพีชคณิตไว้ใน

คณิตศาสตร์ ช่วงศตวรรษที่ 12 หนังสือภาษาอารบิกทั้งสองเล่มได้รับการแปลเป็นภาษาละติน เล่มแรกคือ *Algoritmi de numero Indorum* ซึ่งส่งอิทธิพลต่อแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของยุโรปอย่างมหาศาล ระบบตัวเลขใหม่เรียกขานกันว่าตัวเลขอารบิก แม้ต้นกำเนิดแท้จริงจะมาจากอินเดีย เล่มที่สองใช้ชื่อที่แปลแล้วว่า *Liber Algebrae et Almucabola* ส่วนหนึ่งของชื่อหนังสือกลายเป็นคำซึ่งหมายถึงคณิตศาสตร์ที่ว่าด้วยการแก้สมการ (algebra) รวมทั้งชื่อของอัลควาริซมีที่เพี้ยนไปในภาษาละติน (*Algoritmi*) กลายเป็นคำที่ใช้ต่อเนื่องยาวนาน โดยหมายความถึงศิลปะการคำนวณที่อาศัยตัวเลขฮินดูอารบิก ก่อนที่ปัจจุบันจะเปลี่ยนมาใช้ในความหมายว่าด้วยการคำนวณตามชุดของกฎที่กำหนดขึ้น (Burton, 2007, pp. 240-241) ซึ่งก็คือคำว่า algorithm ที่ภาษาไทยบัญญัติไว้ว่าขั้นตอนวิธี นอกจากนี้งานแปลของเขายังทำให้ยุโรปรู้จักกับระบบตัวเลขฐานสิบ (Decimal positional numbers system) ด้วย (Pickover, 2009, p. 84)

ดังที่ทราบกันในทางประวัติศาสตร์ว่า กระแสการแปลงานจากภาษาอารบิกเป็นภาษาละตินนั้นเกิดขึ้นในยุคกลางของยุโรป ภายใต้บรรยากาศตื่นตัวทางภูมิปัญญาที่ปัญญาชนยุโรปส่วนหนึ่งขวนขวายหาความรู้ซึ่งมิได้มีอยู่ในระบบคำสอนของคริสต์ศาสนา เป็นจุดเริ่มต้นสำคัญของยุคฟื้นฟูศิลปวิทยาการในยุโรปและทำให้อารยธรรมตะวันตกสามารถกลับไปศึกษาภูมิปัญญาดั้งแต่สมัยกรีก รวมทั้งยังได้รับความก้าวหน้าในวิทยาการของโลกอิสลามด้วย แต่หากมองในมุมกลับ อาจกล่าวได้ว่าโลกตะวันตกมีส่วนช่วยรักษาคงตัวของโลกมุสลิมไว้เช่นกัน เพราะการแปลตัวบทจำนวนมากเป็นภาษาละตินช่วยให้ผลงานบางชิ้นยังเหลือร่องรอยหลักฐานให้ศึกษาแม้ว่าไม่อาจหาต้นฉบับภาษาอารบิกได้แล้ว แทบไม่ต่างกับครั้งที่โลกมุสลิมเคยแปลผลงานของกรีกเป็นภาษาอารบิกจนกลายเป็นการเก็บรักษาคงของเหล่านั้นไว้กับแหล่งอารยธรรมภายนอกยุโรป

ผลงานพีชคณิตของอัลควาริซมีเป็นสิ่งที่ผู้สนใจศึกษาต่อและวิเคราะห์วิจารณ์ทั้งในภาษาละตินและภาษาอื่น ๆ ของยุโรปตะวันตกต่อเนื่องไปจนกระทั่งศตวรรษที่ 18 สิ่งที่ตกทอดและนำไปใช้คือแนวคิดใหม่ที่ลึกล้ำ คำศัพท์ และการลำดับเนื้อหาที่เป็นประโยชน์ อาศัยเทคนิคที่เรียบง่ายแต่เป็นแบบฉบับของตนเอง (Rashed, 1996, p. 349) ประเด็นนี้จึงแสดงให้เห็นถึงคุณูปการที่ทำให้การศึกษาพีชคณิตมีระเบียบแบบแผน เช่น การกำหนดรูปแบบปรกติของสมการกำลังสองและวิธีกำลังสองสมบูรณ์ มีการบัญญัติศัพท์ที่มีความหมายเฉพาะในทางเทคนิค และการดึงเอาภาพทางเรขาคณิตมาเป็นสื่อประกอบเพื่อแทนปริมาณซึ่งยังไม่ทราบค่า ทั้งหมดเป็นประโยชน์ในการแก้สมการพีชคณิตและยังมีผู้ใช้งานจนปัจจุบัน

ดังนั้นหากพิจารณาผลงานของอัลควาริซมีในฐานะมรดกจากโลกก่อนสมัยใหม่ จะเห็นถึงอิทธิพลทางความคิดที่สถาปนาขึ้นในช่วงที่การศึกษาคณิตศาสตร์สมัยใหม่ของยุโรปก่อร่างสร้างตัวนับจากยุคฟื้นฟูศิลปวิทยาการ และเหตุที่นำผลงานของอัลควาริซมีไปใช้และพัฒนาอย่างต่อเนื่องมาจากการสังเคราะห์องค์ความรู้ใหม่อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งนี่เองเป็นจุดแข็งของมรดกทางความคิดชุดนี้ ภูมิปัญญาอันน่ายกย่องจากโลกอิสลามในอดีตรับได้รับการถ่ายทอดไว้เป็นส่วนหนึ่งในกระแสภูมิปัญญาตะวันตก อีกทั้งเผยแพร่ต่อไปในวงกว้างผ่านการศึกษาคณิตศาสตร์สมัยใหม่ของชาวยุโรป

4. บทสรุป

การศึกษาผลงานด้านพีชคณิตของอัลควาริซมีซึ่งมีต้นกำเนิดตั้งแต่ช่วงศตวรรษที่ 8 – 9 โดยพิจารณารากฐานที่มาและความสัมพันธ์กับบริบทแวดล้อม นับเป็นตัวอย่างที่ดีของการศึกษาประวัติศาสตร์ความคิด เพราะองค์ความรู้ที่สร้างขึ้นในยุคสมัยหนึ่ง ๆ นั้น มีรากฐานยึดโยงไปถึงมรดกทางภูมิปัญญารุ่นก่อน ๆ เสมอ บทความนี้ได้ชี้ให้เห็นเส้นทางเดินของความรู้ด้านคณิตศาสตร์ของกรีกและอินเดียที่เข้ามาสู่โลกอิสลามสมัยกลางผ่านการแปลและศึกษา ต่อยอด เกิดเป็นการผสมผสานระหว่างแนวคิดกับเป้าหมายทางปรัชญาศาสนา โดยกระบวนการทั้งหมดอยู่ภายใต้บริบททางสังคมยุครุ่งเรืองของราชวงศ์อับบาซิด กล่าวได้ว่าปัจจัยสนับสนุนการพัฒนาแนวคิดเรื่องพีชคณิตของอัลควาริซมีมาจากปัจจัยด้านที่เป็นนามธรรมคือกรอบความคิดความเชื่อต่าง ๆ ทั้งจากภายในและภายนอกโลกอิสลาม รวมกับด้านที่เป็นรูปธรรม คือ ความเคลื่อนไหวด้านการแปล การก่อตั้งหอสมุดเป็นแหล่งรวบรวมความรู้ และสถาบันทางสังคมที่ผูกพันกับการอุปถัมภ์ทางปัญญาแก่นักปราชญ์

ผลงานทางคณิตศาสตร์ในกรณีนี้จึงไม่ได้กำเนิดขึ้นอย่างปราศจากบริบท ตรงกันข้ามบริบทต่าง ๆ ช่วยให้ผู้สนใจศึกษาเชิงประวัติศาสตร์สามารถเห็นภาพที่ชัดเจนขึ้นของกิจกรรมทางภูมิปัญญาในโลกอิสลาม ส่วนในแง่แนวคิดทางคณิตศาสตร์ บทความนี้ได้ชี้ให้เห็นอัจฉริยภาพของอัลควาริซมีที่นำเอาเรขาคณิตมาใช้เป็นเครื่องมือและพัฒนาการศึกษาพีชคณิตให้เป็นองค์ความรู้สาขาหนึ่งที่มีขั้นตอนวิธีเป็นระเบียบแบบแผน นับเป็นความโดดเด่นในเชิงสังเคราะห์ซึ่งผลงานที่ผ่านมานิเวศน์ไม่ได้ประยุกต์ใช้เรขาคณิตกับการแก้โจทย์ปัญหาพีชคณิตในแบบนี้ และสำหรับผู้ที่ยังเคยกับเทคนิควิธีทางพีชคณิตอยู่บ้าง เช่น การแยกตัวประกอบสมการกำลังสอง วิธีกำลังสองสมบูรณ์ การรวมพจน์คล้ายเพื่อจัดรูปแบบสมการ จะเป็นโอกาสให้มองสิ่งเหล่านี้ไม่ใช่ในฐานะเทคนิคทางคณิตศาสตร์เท่านั้น หากแต่ได้รู้จักและเข้าใจมันในมิติทางประวัติศาสตร์ซึ่งสามารถขยายความได้อีกมากในประเด็นเกี่ยวกับภูมิหลัง เป้าหมาย

การศึกษา และบริบทแวดล้อม ท้ายที่สุดเนื้อหาของบทความช่วยให้ความเข้าใจเรื่อง บทบาทและการมีส่วนร่วมของโลกอิสลามในประวัติศาสตร์โลกก่อนสมัยใหม่เป็นไปอย่าง รอบด้านและสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

บรรณานุกรม

- ราชบัณฑิตยสถาน. (2553). พจนานุกรมศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน. กรุงเทพฯ: นานมีบุ๊คส์พับลิเคชั่นส์.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2548). พจนานุกรมศัพท์ศาสนาสาทุก อังกฤษ-ไทย ฉบับราชบัณฑิตยสถาน. พิมพ์ครั้งที่ 2, แก้ไขเพิ่มเติม. กรุงเทพฯ: ผู้แต่ง. สุรานี, อัลเบิร์ต, และ รุทเวน, มาลิส. (2550). *ประวัติศาสตร์ของชนชาติอาหรับ* (จรัญ มะลูลีม, ผู้แปล). กรุงเทพฯ: โครงการตำราและสิ่งพิมพ์ คณะรัฐศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- Brentjes, S. (2009). Pratonage of the mathematical sciences in Islamic societies. In E. Robson & J. A. Stedall (eds.) *The Oxford Handbook of the History of Mathematics*. pp. 301-327. New York: Oxford University Press.
- Burton, D. M. (2007). *The History of Mathematics: An Introduction* (6th ed). New York: McGraw-Hill.
- Nasr, S. H. (1968). *Science and Civilization in Islam*. Cambridge, Mass.,: Harvard University Press.
- Pickover, C. A. (2009). *The Math Book*. New York, NY: Sterling Pub.
- Rashed, R. (ed.) (1996). *Encyclopedia of the History of Arabic Science* (Vol. 2). London: Routledge.
- Watson, P. (2005). *Ideas: A History of Thought and Invention, from Fire to Freud* (1st ed.) New York: HarperCollins.