นิวตันและไลบ์นิทซ์: ความเหมือนที่แตกต่าง

Newton and Leibnitz: the Differences in their Sameness

ศุภวิทย์ ถาวรบุตร

Supavit Thavaraputta

บทคัดย่อ

ข้อถกเถียงเรื่องแคลคูลัสเป็นการโต้แย้งระหว่างเซอร์ไอแซก นิวตัน (ค.ศ.1642-1727) กับกอทท์ฟรีด วิลเฮล์ม ไลบ์นิทซ์ (ค.ศ.1646-1716) ช่วงปลายศตวรรษที่ 17 เกี่ยวกับการอ้างสิทธิว่า ใครเป็นผู้คิดค้นคณิตศาสตร์สาขาแคลคูลัสก่อน ถึงแม้ว่าผลงานของทั้งคู่จะมีกรอบคิดและวิธีการที่เหมือนกันบางประการ แต่สิ่งสำคัญยิ่งกว่าคือ การเข้าใจต้นตอความคิดของบุคคลทั้งสองซึ่งพัฒนาเป็นแคลคูลัสในภายหลัง ความคิดของนิวตันเริ่มต้นจากการกระจายทฤษฎีบททวินามในรูปสมการพีชคณิตและพยายามประยุกต์ใช้ผลลัพธ์ดังกล่าวกับปรากฏการณ์ธรรมชาติ อันได้แก่ ทฤษฎีแรงดึงดูดสากล ส่วนไลบ์นิทซ์ ศึกษาอนุกรมอนันต์จากรูปสามเหลี่ยมฮาร์มอนิก จากนั้นจึงเปรียบเทียบผลที่ได้กับสมบัติทางเรขาคณิตของเส้นโค้งและเส้นตรง นอกจากนี้ ทั้งคู่ยังมีมุมมองเรื่องปรัชญาธรรมชาติแตกต่างกันด้วย ผลคือนิวตันกลายเป็นที่รู้จักในฐานะนักวิทยาศาสตร์ผู้ยิ่งใหญ่ สามารถเปิดเผยกฎธรรมชาติซึ่งเป็นภาษาคณิตศาสตร์ ขณะที่ไลบ์นิทซ์เป็นที่รู้จักในฐานะนักคณิตศาสตร์และนักปรัชญาซึ่งไม่ได้พยายามประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับโลกกายภาพแต่อย่างไร ดังนั้น นอกเหนือจากความรับรู้ทั่วไปว่า นักคิดทั้งสองเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ประเภทเดียวกันแล้ว การพยายามเข้าใจพื้นความคิดทางคณิตศาสตร์และปรัชญาของทั้งคู่จะเป็นประโยชน์ในการแยกแยะความแตกต่างทางความคิดของบุคคลทั้งสองได้ดียิ่งขึ้น

Abstract

The famous calculus controversy was a debate between Sir Isaac Newton (1642-1727) and Gottfried Wilhelm Leibnitz (1646-1716) around the end of the 17th Century, regarding the claim for priority credit in inventing a branch of mathematics called calculus. Although there was some sameness in their thoughts and methods, it is crucial to understand the origin of their ideas which were later developed as the calculus. Newton's ideas came from the algebraic expression of the binomial theorem and the attempt to apply that result to a natural phenomenon–the theory of universal gravitation. But Leibnitz studied infinite series derived from the harmonic triangle and then compared the results with the geometrical properties of arcs and lines. Furthermore, they also had different views on natural philosophy. As a result, Newton has become known as the greatest of scientists who discovered the mathematical laws of nature while Leibnitz is now recognized as a mathematician and a philosopher who never aimed to apply mathematics to the physical world. Apart from the general recognition that both thinkers created the same kind of knowledge, the attempt to understand their profound mathematical and philosophical grounds is of great benefit in distinguishing them.

บทนำ

เหตุการณ์สำคัญเหตุการณ์หนึ่งในประวัติศาสตร์โลกตะวันตกคือ การปฏิวัติวิทยาศาสตร์ (Scientific Revolution) บุคคลที่มักหยิบยกมากล่าวถึงในฐานะสัญลักษณ์หรือตัวแทนของความสำเร็จจากการปฏิวัติวิทยาศาสตร์คือ เซอร์ไอแซก นิวตัน (Sir Isaac Newton) ผลงานอันโดดเด่นของนิวตันปรากฏในหนังสือ *Principia Mathematica* ซึ่งได้สร้างกรอบทฤษฎีทางวิทยาศาสตร์บนรากฐานการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

หรือปริมาณต่างๆ ตามธรรมชาติในระบบของสมการทางคณิตศาสตร์ เป็นผลให้นิวตันสามารถอธิบายปรากฏการณ์ธรรมชาติได้อย่างครอบคลุมและกระจ่างชัด อิทธิพลทางความคิดจากผลงานของนิวตันที่ขยายไปสู่ประวัติศาสตร์และภูมิปัญญาของมนุษย์ยังถูกกล่าวขานจนทุกวันนี้

ปัจจัยที่ทำให้ความคิดของนิวตันสำคัญเป็นอันดับต้นๆ คือ พลังในการสร้างคำอธิบายปรากฏการณ์ทางโลกด้วยคณิตศาสตร์ ประเด็นดังกล่าวขัดแย้งโดยสิ้นเชิงกับภาพลักษณ์ของคณิตศาสตร์ที่รับรู้กันทั่วไปก่อนหน้านั้นว่า เป็นเรื่องเฉพาะในหมู่คนค้าขาย หรือไม่ก็เป็นความรู้เชิงนามธรรมที่มีเพียงนักคิดบางกลุ่มเท่านั้นที่เชื่อว่าใช้คณิตศาสตร์อธิบายปรากฏการณ์ทางโลกหรือธรรมชาติได้ ความเปลี่ยนแปลงนี้จึงเป็นคุณูปการทางประวัติศาสตร์ภูมิปัญญาที่สำคัญยิ่งของนิวตัน

เมื่อกล่าวถึงบทบาทของนิวตันในช่วงเวลาแห่งการปฏิวัติทางวิทยาศาสตร์ ประเด็นหนึ่งที่มักกล่าวถึงไปพร้อมกันคือ สถานะของนิวตันในฐานะผู้คิดค้นคณิตศาสตร์สาขาแคลคูลัส (Calculus) เหตุที่ประเด็นนี้เชื่อมโยงไว้ด้วยกันเพราะนิวตันใช้วิชาแคลคูลัสเป็นองค์ประกอบในการสร้างและพิสูจน์ทฤษฎีแรงโน้มถ่วงของตนเอง แต่ประเด็นเกี่ยวกับแคลคูลัสยังมีข้อถกเถียงในอีกแง่มุมหนึ่งคือ การเกิดวิวาทะทางประวัติศาสตร์ที่ว่า ระหว่างนิวตันกับนักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมันนาม กอทท์ฟรีด วิลเฮล์ม ไลบ์นิทซ์ (Gottfried Wilhelm Leibnitz) ผู้ใดควรได้รับยกย่องให้เป็นผู้สร้างสรรค์องค์ความรู้สาขาวิชาแคลคูลัสอย่างแท้จริง

ในการถกเถียงดังกล่าว นอกจากมีการสืบค้นหลักฐานจากฝ่ายต่างๆ เพื่อพิจารณาว่า ผู้ใดเป็นผู้ประดิษฐ์สร้างคณิตศาสตร์สาขาแคลคูลัสขึ้นก่อนแล้ว ยังมีคำถามอีกว่า ไลบ์นิทซ์มีโอกาสได้เห็นผลงานของนิวตันและถือโอกาสนำแนวคิดของนิวตันไปเผยแพร่ก่อนนิวตันเพื่อแอบอ้างผลงานหรือไม่ ด้วยเหตุที่นักคิดทั้งสองต่างนำเสนอผลงานของตนออกมาในเวลาที่ใกล้เคียงกันมาก จึงหลีกเลี่ยงไม่ได้ที่จะเกิดคำถามในทำนองดังกล่าว นอกจากนี้ยังรวมถึงคำถามที่ว่า ผลงานการคิดค้นของแต่ละฝ่ายเป็นอิสระจากกันหรือไม่ อนึ่ง ยังไม่นับข้อเท็จจริงที่ว่าทั้งนิวตันและไลบ์นิทซ์มีโอกาสติดต่อสื่อสารกันทางจดหมายก่อนที่จะตีพิมพ์หนังสือ ซึ่งอาจทำให้พิสูจน์ความเป็นต้นตำรับ (Originality) ทางความคิดทำได้ยากยิ่งขึ้น

ปัจจุบัน ทางออกที่ใช้กันทั่วไปในวิวาทะนี้คือ การยอมรับว่านักคิดทั้งสองมีส่วนคิดค้นวิชาแคลคูลัสในแบบฉบับของตนเองด้วยกันทั้งคู่ แต่ถึงแม้จะยกย่องทั้งนิวตันและไลบ์นิทซ์ไว้คู่กันแล้วก็ตาม ก็ปฏิเสธไม่ได้ว่าคำอธิบายทางประวัติศาสตร์ทั่วไปค่อนข้างให้ความสำคัญแก่บทบาทของนิวตันมากกว่า เนื่องจากสามารถโยงใยแคลคูลัสของนิวตันเข้ากับการถือกำเนิดของฟิสิกส์สมัยใหม่ได้ ทั้งยังส่งอิทธิพลไปยังปรัชญาทางสังคมในยุครู้แจ้งและมุมมองต่อธรรมชาติซึ่งถือเป็นเรื่องที่ยิ่งใหญ่มากในประวัติศาสตร์ภูมิปัญญา

อย่างไรก็ดี ประเด็นหนึ่งที่น่าสนใจคือ การพิจารณาความเป็นอิสระในการนำเสนอแนวคิดของแต่ละฝ่ายต้องมองที่รากฐานที่มาทางความคิดและวิธีนำเสนอว่า แตกต่างกันมากน้อยเพียงใด ทั้งนี้ เพื่อค้นหาแรงจูงใจหรือมูลเหตุอันนำมาสู่การประดิษฐ์สร้างแคลคูลัส อนึ่ง หากมองในเชิงปรัชญาวิทยาศาสตร์ กล่าวได้ว่า นิวตันและไลบ์นิทซ์มีโลกทัศน์ทางปรัชญาวิทยาศาสตร์แตกต่างกันอย่างสิ้นเชิงทั้งระดับมหภาคและระดับจุลภาค คำถามสำคัญจึงอยู่ที่ว่า เหตุใดผู้ที่มีความคิดพื้นฐานแตกต่างกันเพียงนั้น จึงบังเอิญคิดสร้างความรู้แขนงใหม่ที่มีเนื้อหาไปในทิศทางเดียวกันได้

บทความนี้จะพิจารณาประเด็นที่กล่าวมาทั้งหมดในเชิงประวัติศาสตร์ความคิด โดยมีสมมติฐานว่า การศึกษารากฐานที่มาและรูปแบบการนำเสนอเกี่ยวกับแคลคูลัสของนิวตันและไลบ์นิทซ์อาจบ่งชี้ถึงต้นธารความคิดที่แตกต่างกัน และหากเป็นเช่นนั้นจริง ข้อเสนอที่ว่าผลงานของบุคคลทั้งสองต่างเป็นต้นตำรับย่อมน่าเชื่อถือยิ่งขึ้น และทำให้การยกย่องทั้งสองฝ่ายอย่างเท่าเทียมกันในเรื่องนี้มีหลักฐานรองรับที่หนักแน่นขึ้น มิใช่เพียงการยอมความที่เลื่อนลอย

รู้จักแคลคูลัสด้วยมโนทัศน์อย่างง่าย

เนื่องจากบทความนี้มุ่งศึกษาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ จึงจำเป็นต้องทำความเข้าใจแคลคูลัสไว้เป็นเบื้องต้นบ้าง

กล่าวได้ว่า หลักการที่เป็นหัวใจของวิชาแคลคูลัสคือ การศึกษาและวิเคราะห์ความเปลี่ยนแปลงโดยพิจารณาจากหน่วยย่อยที่ละเอียดที่สุด ความรู้ดังกล่าวจึงสามารถใช้กับการศึกษาความเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง ยกตัวอย่างเช่นการสังเกตการเติบโตของมนุษย์ หากเราศึกษาส่วนสูงของเด็กตั้งแต่แรกเกิด เราอาจเริ่มจากการวัดส่วนสูงเพื่อบันทึกเป็นข้อมูลส่วนสูงเมื่อแรกเกิดไว้ เมื่อเวลาผ่านไปหนึ่งปี จึงจดบันทึกส่วนสูงของเด็กอีกครั้ง การสังเกตนี้ทำได้เรื่อย ๆ ในปีต่อ ๆ ไป ทั้งนี้จะพบว่า ส่วนสูงของเด็กทุกรอบปีจะเป็นค่าตัวเลขที่เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากเมื่อแรกเกิดต่อเนื่องเช่นนี้ไปเรื่อย สมมติว่าส่วนสูงเพิ่มขึ้น 15 เซนติเมตรในระยะ 1 ปีแรก กระบวนการนี้จึงเป็นการพิจารณาความเปลี่ยนแปลงของปริมาณสองชนิดได้แก่ ระยะเวลาและส่วนสูงที่เปลี่ยนไปพร้อมกัน ค่าส่วนสูงที่วัดในวันครบรอบวันเกิดทุกปีคือการสร้างอนุกรม (Series) ของข้อมูลความสูงที่เพิ่มขึ้นทุกช่วงเวลาหนึ่งปี

อนึ่ง หากวิเคราะห์หน่วยย่อยลงไปอีก ในที่นี้คือหน่วยเวลาที่น้อยลง เช่น หากเปลี่ยนมาบันทึกส่วนสูงทุกครึ่งปี (1 ปีวัดส่วนสูง 2 ครั้ง) แน่นอนว่า ส่วนสูงที่เพิ่มขึ้นในรอบครึ่งปีจะน้อยกว่าที่เพิ่มขึ้นเมื่อครบหนึ่งปี แต่การลดช่วงเวลาบันทึกเหลือครึ่งปีจะทำให้เห็นความเปลี่ยนแปลงชัดเจนขึ้น เช่น อาจบอกได้ใกล้เคียงว่า ช่วงเดือนใดที่เด็กสูงขึ้น 5 เซนติเมตร หากยังคงแบ่งหน่วยเวลาไว้ที่หนึ่งปีเช่นเดิม จะเห็นความเปลี่ยนแปลงในช่วงกว้างซึ่งส่วนสูงของเด็กเพิ่มเป็น 15 เซนติเมตรไปแล้ว เมื่อสมมติต่อไปว่า ให้แบ่งช่วงเวลาย่อยลงไปอีก เช่น วัดส่วนสูงทุกเดือน ก็จะมีข้อมูลความเปลี่ยนแปลงถึง 12 ครั้งในรอบปี ถ้าสัปดาห์ละครั้งก็จะมีข้อมูลถึง 52 ครั้งในรอบปี ทั้งนี้ ยิ่งแบ่งย่อยลงไป ส่วนสูงที่เปลี่ยนแปลงจากการบันทึกแต่ละครั้งจะได้ค่าความเปลี่ยนแปลงที่ละเอียดมากขึ้นเรื่อย ๆ บางช่วงอาจแตกต่างกันน้อยมาก เช่น จากสัปดาห์หนึ่งไปอีกสัปดาห์หนึ่ง ความแตกต่างของส่วนสูงอาจอยู่ที่ระดับไม่กี่มิลลิเมตรเท่านั้น

จากตัวอย่างดังกล่าว จะเห็นข้อดีของการวิเคราะห์หน่วยย่อยคือ การสร้างข้อมูลที่ละเอียดมากขึ้นในทุกช่วงเวลาย่อย ซึ่งช่วยให้เข้าใจวิถีของความเปลี่ยนแปลงมากกว่าการดูภาพกว้างหรือเมื่อเวลาผ่านไปมากแล้ว เพราะช่วงกว้างทำให้ความเปลี่ยนแปลง ณ จุดเริ่มต้นเมื่อสังเกตร่วมกับจุดเวลาหนึ่ง ๆ มีผลลัพธ์แตกต่างกันจนไม่เห็นภาพความเปลี่ยนแปลงในช่วงสั้น จากแนวคิดดังกล่าว แคลคูลัสจึงกลายเป็นเครื่องมือประกอบการวิเคราะห์ที่ช่วยให้วัดความเปลี่ยนแปลงได้ทุกขณะและทราบว่าเกิดอะไรขึ้นในแต่ละหน่วยย่อยที่วิเคราะห์ หรือสามารถสรุปความเปลี่ยนแปลงเป็นรูปแบบที่เฉพาะเจาะจงได้หรือไม่

การศึกษาหน่วยย่อยดังกล่าวข้างต้น คือ ส่วนที่เรียกว่าแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ (Differential Calculus) ซึ่งศึกษาจากความแตกต่างหรืออัตราการเปลี่ยนแปลงที่เกิดกับหน่วยย่อยเป็นหลัก ในทางกลับกันยังมีส่วนที่เรียกว่า แคลคูลัสเชิงปริพันธ์ (Integral Calculus) ซึ่งศึกษาหน่วยย่อยเช่นกันแต่มีเป้าหมายในทางตรงกันข้าม กล่าวคือ เป็นการนำหน่วยย่อยมารวมกันและนำไปสู่ผลรวมที่ใหญ่ขึ้น ตัวอย่างที่อาจใช้ประกอบความเข้าใจแคลคูลัสเชิงปริพันธ์คือ การปูกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสลงบนพื้นที่เป็นวงกลม โดยมีโจทย์ว่า ห้ามตัดกระเบื้องแต่ละแผ่นจะพบว่า เหลี่ยมมุมของจัตุรัสไม่สามารถเข้ากับขอบของพื้นที่วงกลม ยิ่งกระเบื้องแผ่นใหญ่เท่าไรโอกาสที่จะวางให้พอดีกับพื้นที่วงกลมโดยให้กินพื้นที่มากที่สุดจะทำได้ยาก เนื่องจากกระเบื้องจะติดมุมของกันและกันและติดขอบโค้ง ในทางตรงกันข้าม หากกระเบื้องสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เลือกใช้มีขนาดเล็กลงมากเท่าใด โอกาสที่จะปูกระเบื้องบนพื้นที่วงกลมให้ได้เต็มพื้นที่ก็จะทำได้ใกล้เคียงกับขนาดของพื้นที่วงกลมมากขึ้นเท่านั้น เนื่องจากกระเบื้องแผ่นเล็กสามารถเบียดกันและมีโอกาสแทรกไปตามขอบโค้งของวงกลมได้มากกว่ากระเบื้องแผ่นใหญ่

จากนั้นเมื่อสมมติว่าจะต้องหาพื้นที่วงกลมจากการนับจำนวนกระเบื้อง (ทั้งกระเบื้องแผ่นใหญ่และแผ่นเล็กสามารถคำนวณพื้นที่จัตุรัสตามขนาดได้) กรณีนำกระเบื้องแผ่นใหญ่มาคำนวณตามจำนวนกระเบื้องที่ใช้จะพบว่า อาจเหลือพื้นที่ว่างในวงกลมจำนวนมากเพราะปัญหาเรื่องเหลี่ยมมุมของกระเบื้องที่ชนกับเส้นรอบวง แต่

กรณีใช้กระเบื้องแผ่นเล็กจำนวนมาก ย่อมมีโอกาสที่กระเบื้องจะกินพื้นที่วงกลมได้มากกว่าและเหลือที่ว่างจากการปูกระเบื้องน้อยกว่า หากคำนวณพื้นที่วงกลมจากการนับจำนวนกระเบื้องเล็กที่ใช้ ผลลัพธ์ย่อมใกล้เคียงกับขนาดของพื้นที่วงกลมมากกว่า นี่เองคือหลักการของแคลคูลัสเชิงปริพันธ์

แคลคูลัสแบบนิวตัน

เมื่อเข้าใจหลักคิดเกี่ยวกับวิชาแคลคูลัสแล้ว ประเด็นถัดมาจะย้อนกลับไปพิจารณารากฐานที่มาและเนื้อหาบางส่วนในผลงานด้านแคลคูลัสของนิวตัน เพื่อทำความเข้าใจวิธีคิดของนิวตันก่อนที่จะนำไปเปรียบเทียบกับงานของไลบ์นิทซ์

การอธิบายแนวคิดเหล่านี้แก่ผู้ที่ไม่มีพื้นความรู้ทางคณิตศาสตร์ทำได้ค่อนข้างลำบาก แต่ก็ถือเป็นเรื่องท้าทาย เนื่องจากคณิตศาสตร์คือการคิดเชิงนามธรรมอย่างเป็นระบบ เมื่อมีความเป็นระบบย่อมหมายความว่าหากไม่เข้าใจจุดเริ่มต้นของระบบ การเข้าไปสู่ระบบนั้นจะกลายเป็นการเดินทางเข้าสู่แดนสนธยา แต่หากเข้าใจระบบตั้งแต่ขั้นต้นอย่างถูกต้อง จะสามารถเข้าใจขั้นตอนการคิดขั้นต่อไปโดยมีตรรกะเป็นตัวเชื่อม

การอธิบายที่มาของความคิดของนิวตันเป็นภาษาอย่างง่ายอาจเริ่มว่า นิวตันต้องการศึกษาการเปลี่ยนแปลง (ดังอธิบายแล้วว่า แคลคูลัสคือการวิเคราะห์ความเปลี่ยนแปลงโดยพิจารณาจากหน่วยย่อยที่ละเอียดที่สุด) และในการศึกษาความเปลี่ยนแปลงมักต้องอาศัยการเปรียบเทียบระหว่างจุดเริ่มต้นกับจุดปลาย จากตัวอย่างที่ยกมาก่อนหน้านี้ กรณีส่วนสูงของเด็กเมื่อผ่านไป 1 ปี เป็นการเปรียบเทียบอย่างง่าย เพราะผลต่างหรือความเปลี่ยนแปลงอยู่ในรูปของตัวเลขซึ่งไม่ซับซ้อน

อย่างไรก็ดี นิวตันทำสิ่งที่ยากกว่านั้น เพราะในการศึกษาความเปลี่ยนแปลงกับฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์บางฟังก์ชันจะได้รูปแบบความเปลี่ยนแปลงที่ไม่ใช่เพียงตัวเลขโดดๆ เท่านั้น แต่ความเปลี่ยนแปลงแสดงออกมาในรูปของพหุนาม (Polynomial) หรือพจน์ (Term) ทางพีชคณิตจำนวนมากเรียงกันอย่างซับซ้อน กล่าวคือ ความเปลี่ยนแปลงปรากฏขึ้นในรูปพหุนามหรืออนุกรม (ดูตารางที่ 1) ในเบื้องต้น นิวตันใช้ทฤษฎีบททวินาม (Binomial Theorem) เป็นเครื่องมือเพื่อแสดงค่าความเปลี่ยนแปลงในรูปของอนุกรมและไปสู่อนุกรมอนันต์ (Infinite Series) ตามลำดับ รูปแบบทั่วไปของการกระจายพจน์ในทฤษฎีบททวินามเป็นดังนี้

$$(a+b)^n = a^n + {}^nC_1 a^{n-1}b + {}^nC_2 a^{n-2}b^2 + \ldots\ldots + b^n$$

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบให้เห็นว่า ในกรณีที่หาความเปลี่ยนแปลงที่เกิดกับฟังก์ชันที่ไม่ได้แทนค่าตัวแปรค่าความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นจะมีความซับซ้อนกว่าตัวเลขโดดๆ

ตารางที่ 1
เปรียบเทียบรูปแบบความเปลี่ยนแปลงกรณีทราบค่าตัวเลขกับฟังก์ชันทั่วไป

	ความสูง (ซม.)	ฟังก์ชัน ที่แทนค่าแล้ว	ฟังก์ชันทั่วไป ที่ไม่ได้แทนค่าตัวแปร
จุดเริ่มต้น	37	$2^4 = 16$	x^n
จุดปลาย	52	$(2+1)^4 = 3^4 = 81$	$(x+o)^n$
ผลต่าง/ ความเปลี่ยนแปลง	15	65	${}^nC_1ox^{n-1} + nC_2o^2x^{n-2} + ...+ nC_no^n$

ขั้นตอนถัดมา นิวตันพิจารณาว่า ถึงแม้ความเปลี่ยนแปลงในรูปอนุกรมอนันต์มีจำนวนพจน์เรียงกันอยู่ไม่รู้จบ (คืออยู่ในรูปของ ${}^nC_1ox^{n-1} + {}^nC_2o^2x^{n-2} + ...+ {}^nC_no^n$) แต่โดยหลักการทางคณิตศาสตร์แล้ว พจน์ต้นๆ คือส่วนที่เปลี่ยนแปลงอย่างชัดเจนที่สุด ส่วนพจน์ถัดไปจนถึงพจน์ท้ายๆ แม้จะเป็นส่วนที่เปลี่ยนแปลงด้วยก็จริง แต่หากพิจารณาในกรณีที่ค่าความเปลี่ยนแปลงอยู่ในระดับที่น้อยมาก จะส่งผลให้ค่าของพจน์เหล่านั้นน้อยลงไปจนมีค่าใกล้เคียงกับศูนย์ เช่น กรณีฟังก์ชันทั่วไปในตารางที่ 1 ถ้า o มีค่าน้อยมากหรือเป็นค่าทศนิยมหลายตำแหน่ง พจน์ที่มีค่า o^2 หรือ o^n จะยิ่งมีค่าที่น้อยลงไปกว่าค่า o โดดๆ กล่าวอีกแง่หนึ่ง การที่พจน์ใดๆ มีค่าใกล้เคียงกับศูนย์เท่ากับการเปลี่ยนแปลงในส่วนดังกล่าวแทบมีค่าเป็นศูนย์หรือไม่มีผลต่อความเปลี่ยนแปลงโดยรวม

เมื่อสามารถตัดทอนพจน์ที่เห็นว่าแทบไม่มีผลต่อความเปลี่ยนแปลงออกไปแล้ว จึงสามารถนำพจน์ที่คงเหลืออยู่ไปหาอัตราความเปลี่ยนแปลง (Rate of Change) ได้ อัตราการเปลี่ยนแปลงทีละน้อยนี้ในทางคณิตศาสตร์คือสิ่งที่เรียกว่าอนุพันธ์ (Derivative) ของฟังก์ชัน หรือก็คือเป้าหมายของแคลคูลัสแบบนิวตันนั่นเอง ทั้งนี้ ก่อนที่จะเรียกขานองค์ความรู้นี้ว่า “แคลคูลัส” นั้น นิวตันเรียกวิธีการของเขาว่า ระเบียบวิธีฟลักซ์ชัน (Method of Fluxion) โดยในการศึกษาความเปลี่ยนแปลงจากพิกัดหนึ่งไปยังอีกพิกัดหนึ่งบนเส้นโค้งนี้ เรียกปริมาณที่เปลี่ยนแปลงว่า ฟลูเอนท์ (Fluent) และเรียกอัตราการเปลี่ยนแปลงว่า ฟลักซ์ชันของฟลูเอนท์ (สมวงษ์ แปลงประสพโชค, 2525: 127)

ตารางที่ 2
พัฒนาการทางความคิดเกี่ยวกับแคลคูลัสของนิวตัน

ปี	ผลงาน	รูปแบบ	แนวคิด
1664-1666	-	i	ประยุกต์ทฤษฎีบททวินาม (Binomial Theorem) กรณีที่เลขชี้กำลังเป็นเศษส่วนหรือจำนวนเต็มลบ เพื่อนำไปสู่อนุกรมอนันต์ (Infinite Series) ซึ่งเป็นอีกรูปแบบหนึ่งในการแสดงค่าฟังก์ชัน
1669	*De Analysi*	m	ใช้อนุกรมอนันต์ช่วยให้การเลือกตัดพจน์ที่มีค่าน้อยง่ายขึ้น และพบความสัมพันธ์ผกผัน (Inverse Relation) ระหว่างความชันกับพื้นที่ของเส้นโค้ง เช่น สมการ $y = ax^{m/n}$ จะมีพื้นที่ใต้โค้งคือ $\frac{ax^{(m/n)+1}}{(m/n)+1}$
1671	*De Methodis Fluxionum*	m	บรรลุระเบียบวิธีฟลักซ์ชันซึ่งมุ่งความสนใจไปที่อัตราการเปลี่ยนแปลง โดยเรียกตัวแปรที่สนใจ (เช่น x, y) ว่าฟลูเอนท์ และเรียกอัตราการเปลี่ยนแปลงว่าฟลักซ์ชัน
1676	*De Quadatura Curvarum*	m	สรุปแนวคิดใกล้เคียงกับแนวคิดเรื่องลิมิตของฟังก์ชันและนำมาใช้หาอนุพันธ์ (Differentiate) เพื่อตัดพจน์ที่มีค่าน้อยมากออกไป กรณีเกิดการเปลี่ยนแปลงหรือผลต่าง เช่น $(x+o)^n - x^n$ นิวตันแสดงว่า สัดส่วนการเพิ่มขึ้นของ $\Delta x : \Delta f(x) = o : [{}^nC_1 ox^{n-1} + {}^nC_2 o^2x^{n-2} + ...]$ สามารถตัดทอนเหลือเพียงสัดส่วน $1 : (nx^{n-1})$
1687	*Principia Mathematica*	b	ผลงานที่ปรากฏต่อสาธารณะเป็นชิ้นแรกที่นำเสนอแนวคิดแคลคูลัส ส่วนหนึ่งของหนังสือคือ การใช้แคลคูลัสอธิบายและพิสูจน์เรื่องวงโคจรของดาวเคราะห์โดยวิธีทางเรขาคณิต อีกส่วนหนึ่งแสดงขั้นตอนวิธีทั่วไป (General Algorithm) ในการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่าง ๆ

หมายเหตุ: i = idea, m = manuscript, b = book

ที่มา: (สรุปจาก) Carl B. Boyer, *A History of Mathematics,* 2nd Edition (New York: Wiley, 1989), p. 439-444.

จากตารางพัฒนาการทางความคิดเกี่ยวกับแคลคูลัสของนิวตันข้างต้น ได้แสดงลำดับวิธีการคิดตั้งแต่ช่วงที่ความคิดของนิวตันก่อตัวขึ้น สอดคล้องกับการอธิบายก่อนหน้านี้ว่า วิธีคิดของนิวตันคือการหาความเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันพีชคณิตในรูปอนุกรม แล้วจึงให้เหตุผลสนับสนุนการเลือกตัดทอนพจน์บางส่วนออกเนื่องจากมีค่าน้อยมากใกล้เคียงกับศูนย์ ท้ายที่สุดจึงเหลือผลลัพธ์เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงหรืออนุพันธ์ ทั้งหมดนี้สามารถไล่เรียงและพิสูจน์ในเชิงคณิตศาสตร์ได้

ข้อที่น่าสังเกตคือ ผลงานช่วงต้นของนิวตันเป็นเพียงความคิด หรือหากจะบันทึกไว้บ้างก็อยู่ในรูปของร่างต้นฉบับ (Manuscript) ที่นิวตันแบ่งปันและแลกเปลี่ยนกับเพื่อนฝูงในแวดวงเดียวกัน ไม่ได้นำออกเผยแพร่

ต่อสาธารณะ เอกสารชิ้นแรกของนิวตันที่ตีพิมพ์เป็นหนังสือคือ *Principia Mathematica* ซึ่งมีบทบาทสูงมากในประวัติศาสตร์

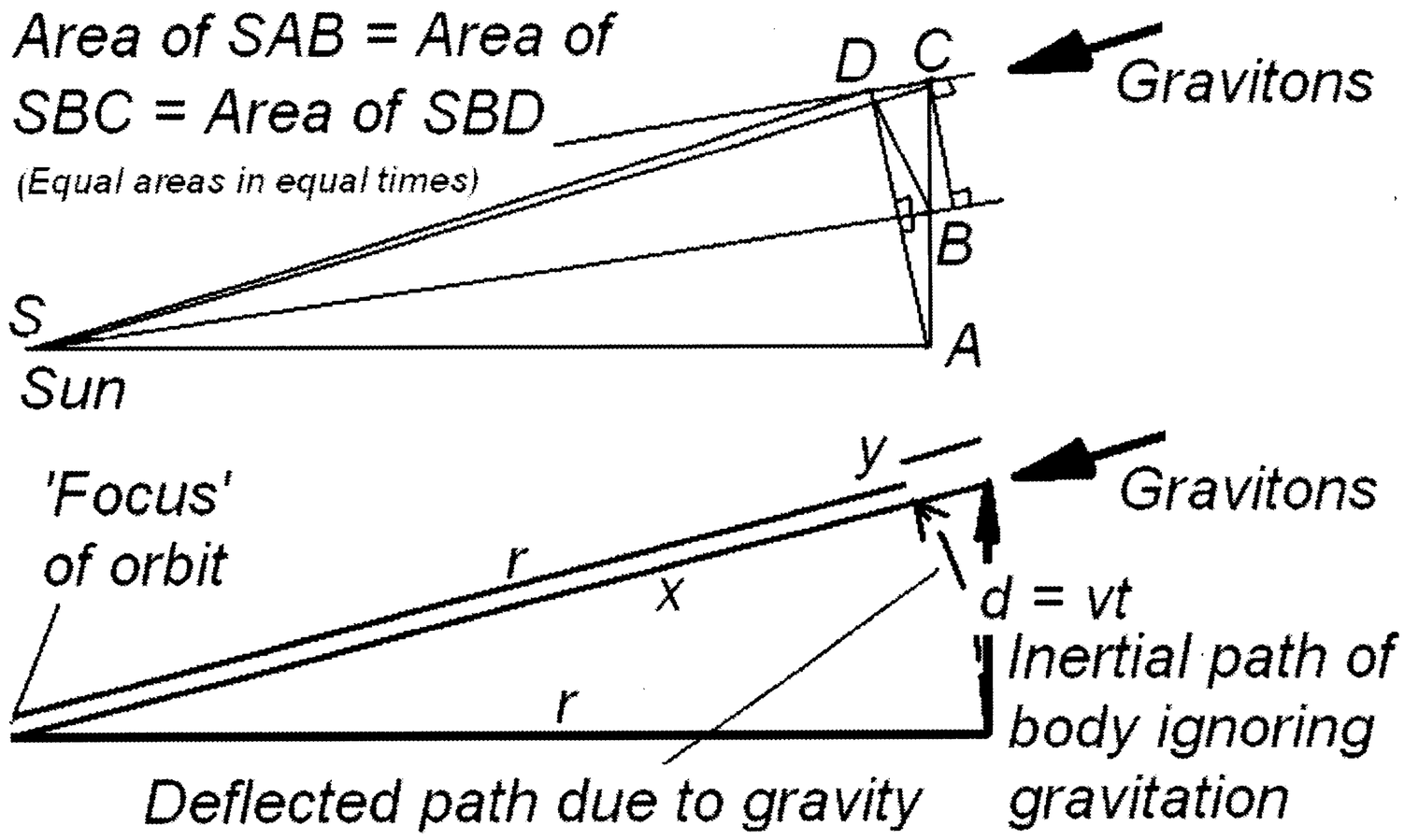
เนื้อหาข้างต้นอาจกล่าวได้ว่ายังเป็นเพียงบทบาทเพียงด้านเดียวของหนังสือ *Principia Mathematica* ซึ่งได้แก่ความก้าวหน้าในด้านการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ด้วยแนวคิดแคลคูลัส แต่อีกด้านหนึ่งที่กล่าวได้ว่ามีนัยสำคัญเหนือกว่าคือ บทบาทของหนังสือเล่มดังกล่าวในกระบวนการปฏิวัติวิทยาศาสตร์ เพราะหากมองจากแง่มุมของวิทยาศาสตร์ หนังสือเล่มนี้คือความสำเร็จในการสร้างกรอบการมองโลกธรรมชาติแบบใหม่ซึ่งเปลี่ยนวิธีคิดและแง่มุมที่มนุษย์มีต่อธรรมชาติอย่างใหญ่หลวงและปราศจากการท้าทายไปอีกกว่า 200 ปี

หนังสือ *Principia Mathematica* สามารถแสดงให้เห็นการประยุกต์คณิตศาสตร์เข้ากับปรากฏการณ์ทางโลก หนังสือส่วนหนึ่งกล่าวถึงกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันที่สร้างขึ้นในรูปของสมการซึ่งใช้การแทนค่าทางพีชคณิตเป็นสำคัญ แต่อีกส่วนหนึ่งคือการแสดงบทบาทของแคลคูลัส ซึ่งนิวตันได้สาธิตให้เห็นวิธีการศึกษาปรากฏการณ์ธรรมชาติ อันได้แก่ การศึกษาวงโคจรของดาวเคราะห์ โดยวิธีการวิเคราะห์หน่วยย่อยตามหลักของแคลคูลัส ทั้งนี้อาจอธิบายความเชื่อมโยงกันได้ดังนี้ (Motz and Weaver, 1995: 139-140)

> ก้าวถัดไปของนิวตันในพัฒนาการเรื่องนี้คือการรวมกฎแรงโน้มถ่วงเข้ากับกฎการเคลื่อนที่ของเขาและใช้วิธีนิรนัยเพื่อเผยวงโคจรของดาวเคราะห์รอบดวงอาทิตย์ การดำเนินการนี้นำเขาไปสู่แคลคูลัส
>
> .....
>
> กฎการเคลื่อนที่สามารถช่วยให้เราทราบค่าความเร่งของดาวเคราะห์ทุกๆ ระยะห่างจากดวงอาทิตย์โดยจับภาพดาวเคราะห์ ณ ช่วงขณะใดขณะหนึ่งในวงโคจร เพราะดาวเคราะห์กำลังเคลื่อนด้วยความเร็วจำกัดและมีระยะห่างจากดวงอาทิตย์ที่แน่นอนในชั่วขณะนั้นๆ กฎการเคลื่อนที่และกฎแรงโน้มถ่วงช่วยให้นิวตันทราบค่าความเร่ง ณ ขณะนั้น แต่การทราบประเด็นนั้นเพียงเรื่องเดียวไม่ช่วยให้นิวตันคาดการณ์ตำแหน่งในอนาคตของดาวเคราะห์ - วงโคจรทั้งหมดของมัน - โดยวิธีนิรนัยได้ เพราะว่าระยะห่างจากดวงอาทิตย์และความเร็วของดาวเคราะห์เปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องจากชั่วขณะหนึ่งไปอีกชั่วขณะหนึ่ง ดังนั้น [การทราบแต่เพียงว่าวงโคจรเป็นวงรี : ผู้เขียน] จึงไม่ช่วยให้สามารถพยากรณ์ตำแหน่งของดาวเคราะห์ที่แน่นอนภายในช่วงเวลาที่กำหนดหนึ่งๆ ได้
>
> ความเป็นอัจฉริยะที่ยิ่งใหญ่ทางคณิตศาสตร์ของนิวตันนำเขาไปสู่แนวคิดเรื่องการแบ่งช่วงเวลาเป็นค่าที่น้อยยิ่ง (Infinitesimal Time Interval) หากใครสามารถที่จะแก้ปัญหาเกี่ยวกับวงโคจรดาวเคราะห์ได้ นั่นจะต้องไม่ใช่ได้มาด้วยการวาดภาพวงโคจรที่สมบูรณ์ในครั้งเดียว แต่กลับกันคือจะต้องแบ่งช่วงเวลาในการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์ออกเป็นช่วงที่เล็กน้อยอย่างยิ่งหลายๆ ช่วงเวลา หลังจากนั้นจึงรวมเอาช่วงเวลาย่อยๆ เหล่านั้นเข้าเป็นหนึ่งรอบที่สมบูรณ์เพื่อให้ได้ภาพวงโคจรดาวเคราะห์ออกมา.....

ข้อความที่ยกมาแสดงให้เห็นว่า ปัญหาที่นิวตันเผชิญและพยายามหาคำตอบได้นำไปสู่การวิเคราะห์ด้วยแคลคูลัสได้อย่างไร วิธีการแบบแคลคูลัสอาศัยการแบ่งช่วงเวลาออกเป็นช่วงย่อยเพื่อพิจารณาความเปลี่ยนแปลงอย่างละเอียดและวัดค่าที่แน่นอนได้ นิวตันศึกษาแคลคูลัสในเชิงนามธรรมทางคณิตศาสตร์ไว้ก่อนหน้านี้แล้ว ต่อมาเขามีเป้าหมายชัดเจนว่าต้องการนำวิธีคิดดังกล่าวมาตอบโจทย์เรื่องอะไร การพยากรณ์ตำแหน่งที่แน่นอนของวิถีโคจรของดาวเคราะห์ได้หมายความว่า นิวตันต้องทราบแรงกระทำ (แรงดึงดูด) และระยะห่างที่แน่นอน ณ จุดหนึ่งๆ เสียก่อน จากนั้นจึงกำหนดความเปลี่ยนแปลงปริมาณน้อยๆ (หมายถึงช่วงเวลาสั้นๆ) ขึ้นมาเพื่อที่จะวิเคราะห์ตามวิธีการของแคลคูลัส ทำให้ทราบอัตราการเปลี่ยนแปลงที่เป็นผลลัพธ์ตามมา อัตรานี้คือผลลัพธ์ของแรงกระทำต่อดาวเคราะห์ซึ่งบ่งชี้ได้ว่าตำแหน่งถัดไปที่จะพยากรณ์ได้คือตำแหน่งใด และดังที่กล่าวมาแล้วว่า ในการพิสูจน์ดังกล่าว นิวตันใช้ภาพทางเรขาคณิตสื่อ เนื่องจากเป็นรูปธรรมและคนร่วมสมัยคุ้นเคยมากกว่า

ภาพที่ 1
วิถีการเบี่ยงเบนวงโคจรจากผลของแรงดึงดูดแสดงด้วยภาพเรขาคณิต



ที่มา: http://nige.wordpress.com/2007/07/04/metrics-and-gravitation/

นิวตันได้ศึกษางานของนักคิดรุ่นก่อนหน้าจำนวนมาก อาทิ กาลิเลโอ (Galileo) เคปเลอร์ (Kepler) ฯลฯ ตั้งแต่อยู่ในวัยยี่สิบต้น ๆ ความสนใจของนิวตันจึงครอบคลุมทั้งด้านคณิตศาสตร์ ดาราศาสตร์ และปรัชญาธรรมชาติ (Natural Philosophy) เราไม่อาจทราบได้ว่า ตั้งแต่ต้นที่นิวตันเริ่มกระบวนการคิดที่นำไปสู่วิชาแคลคูลัส เขาตั้งใจจะใช้แคลคูลัสในขอบเขตของวิชาคณิตศาสตร์หรือเพื่อประโยชน์ทางดาราศาสตร์ แต่ไม่ว่าความตั้งใจที่แท้จริงจะเป็นอย่างไร นิวตันได้แสดงให้เห็นประสิทธิภาพของการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับการศึกษาโลกธรรมชาติอันเป็นปรากฏการณ์ใหม่ของยุคสมัย และ *Principia Mathematica* ได้กลายผลงานชิ้นเอกที่มีผลกระทบมหาศาลทั้งต่อคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และประวัติศาสตร์ของมนุษยชาติ

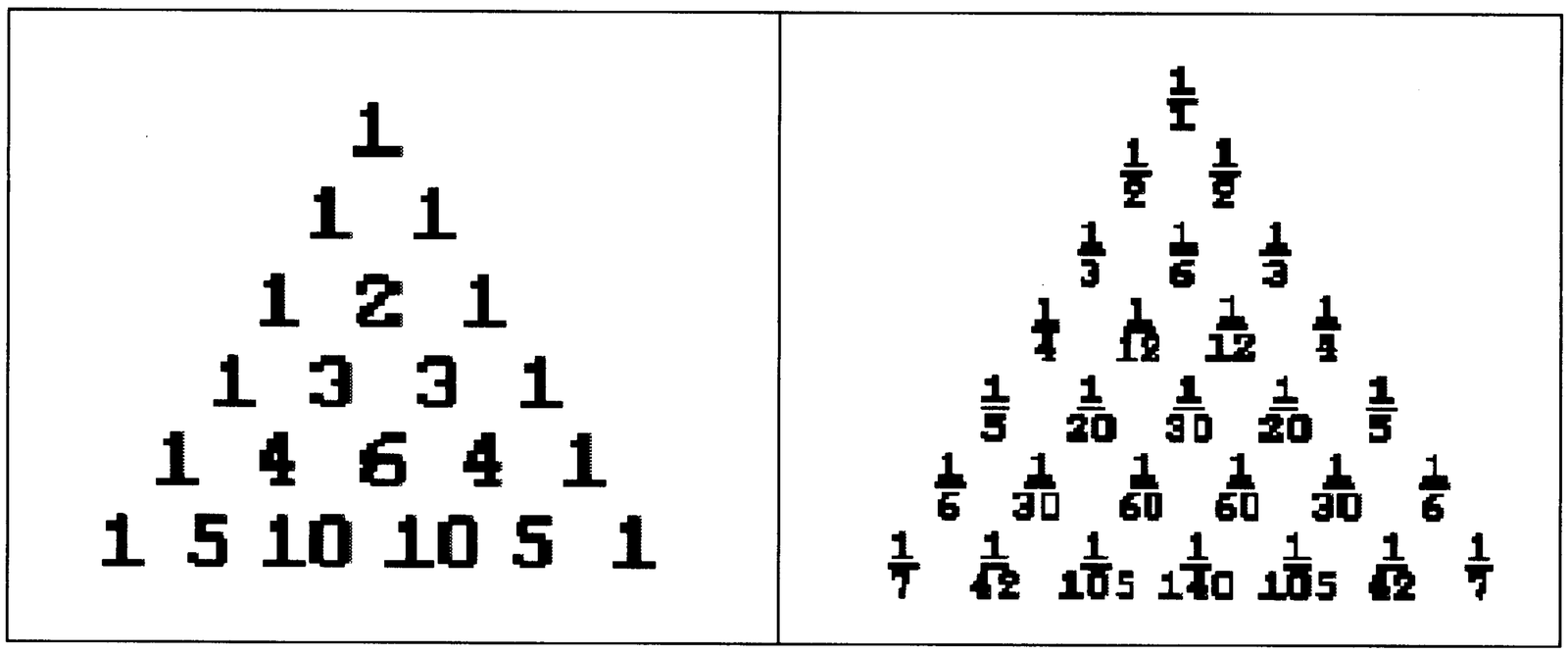
แคลคูลัสแบบไลบ์นิทซ์

เมื่อเคยมีวิวาทะทางประวัติศาสตร์เกิดขึ้นว่า ระหว่างนิวตันกับไลบ์นิทซ์ใครเป็นผู้คิดค้นแคลคูลัสอย่างเป็นทางการก่อนกัน ย่อมพอจะสรุปได้ว่า สิ่งที่บุคคลทั้งสองคิดค้นขึ้นมาจะต้องมีแง่มุมที่เหมือนกันหรือคล้ายกันเพียงพอให้เกิดการถกเถียงดังกล่าว ดังนั้น การพิจารณาผลงานของไลบ์นิทซ์จะพิจารณาที่รากฐานทางความคิดว่านำไปสู่แคลคูลัสได้อย่างไร

ในปี 1672 ไลบ์นิทซ์มีโอกาสพบกับคริสเตียน ฮอยเกนส์ (Christiaan Huygens) ที่ปารีส และฮอยเกนส์แนะนำให้ศึกษางานของเบลส์ ปาสกาล (Blaise Pascal) ซึ่งนำไลบ์นิทซ์ไปสู่การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างรูปสามเหลี่ยมปาสกาล (Pascal Triangle) รูปสามเหลี่ยมฮาร์มอนิก (Harmonic Triangle) และอนุกรมอนันต์

ภาพที่ 2

Pascal Triangle และ Harmonic Triangle



ที่มา: http://www.cut-the-knot.org/Curriculum/Combinatorics/LeibnitzTriangle.shtml

กล่าวเฉพาะรูปสามเหลี่ยมฮาร์มอนิก ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นที่นำไลบ์นิทซ์ไปสู่กระบวนการคิดเรื่องอนุกรมอนันต์ เนื่องจากไลบ์นิทซ์พบความสัมพันธ์เป็นคู่ๆ ระหว่างเศษส่วนสองจำนวนใดๆ ที่อยู่ในตำแหน่งเยื้องกันด้านล่าง ซึ่งเมื่อนำเศษส่วนที่มากกว่า (ตัวบน) ลบตัวที่น้อยกว่า (ตัวล่างซ้ายหรือล่างขวา) จะได้ผลลัพธ์เป็นเศษส่วนค่าใหม่ (ตัวล่างขวาหรือล่างซ้าย) ไปเรื่อย ๆ เช่น 1 - 1/2 = 1/2, 1/2 - 1/3 = 1/6, 1/3 – 1/4 = 1/12, 1/6 – 1/12 = 1/12, 1/3 - 1/12 = 1/4 และสามารถนำมาสร้างรูปสามเหลี่ยมต่อเนื่องได้

ในทางกลับกัน นอกจากใช้วิธีการลบแล้ว ยังมีความสัมพันธ์ของการบวกด้วย กล่าวคือ ไลบ์นิทซ์พบว่าผลบวกของเศษส่วนทุกตัวตามเส้นทแยงจะเท่ากับเศษส่วนตัวบนของสมาชิกตัวแรกของเส้นทแยงเสมอ เช่น

$$1 = 1/2 + 1/6 + 1/12 + 1/20 + 1/30 + 1/42 + \ldots\ldots$$
$$1/2 = 1/3 + 1/12 + 1/30 + 1/60 + 1/105 + \ldots\ldots$$
$$1/3 = 1/4 + 1/20 + 1/60 + 1/140 + \ldots\ldots$$

จะเห็นว่า นี่คือผลการประมาณค่าอนุกรมอนันต์นั่นเอง เนื่องจากเป็นการบอกว่าผลบวกของอนุกรมอนันต์ใดๆ จะมีค่าสูงสุดไม่เกินเท่าใด และในเวลาเดียวกัน การศึกษารูปสามเหลี่ยมฮาร์มอนิกทำให้ไลบ์นิทซ์สามารถสรุปความสัมพันธ์ที่ตรงข้ามกันระหว่างการบวกและการลบในรูปสามเหลี่ยมเดียวกันนี้ เช่น

$$1/2 - 1/6 = 1/3 = 1/4 + 1/20 + 1/60 + 1/140 + \ldots\ldots$$

ไลบ์นิทซ์นำแนวคิดเรื่องความสัมพันธ์ที่ตรงข้ามกันของการบวกและการลบไปใช้ศึกษาเส้นโค้ง ต่อมาไลบ์นิทซ์สรุปว่า ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งเกิดจากอัตราส่วนของผลต่าง (การลบ) บนแกนตั้งเทียบกับผลต่างบนแกนนอน ส่วนพื้นที่ใต้เส้นโค้งเกิดจากผลรวม (การบวก) ของสี่เหลี่ยมขนาดเล็กที่แบ่งตามหน่วยย่อยบนแกนนอน สรุปได้ว่า ความชันและพื้นที่เป็นสิ่งที่อยู่ตรงข้ามกันบนจุดสัมผัสเดียวกัน เทียบกับรูปสามเหลี่ยมฮาร์มอนิก คือ เศษส่วนค่าหนึ่งเกิดได้จากทั้งกรณีของผลต่างระหว่างเศษส่วนหนึ่งคู่ และกรณีของผลรวมจากอนุกรมอนันต์ของเศษส่วนหนึ่งชุด

พัฒนาการทางความคิดของไลบ์นิทซ์ปรากฏตามตารางที่ 3 ดังนี้

ตารางที่ 3
พัฒนาการทางความคิดเกี่ยวกับแคลคูลัสของไลบ์นิทซ์

ปี	ผลงาน	รูปแบบ	แนวคิด
1672	-	i	เริ่มสนใจอนุกรมอนันต์จากการแนะนำโดยฮอยเกนส์ โดยสามารถประมาณค่าผลรวมอนุกรมอนันต์ของเศษส่วนบนรูปสามเหลี่ยมฮาร์มอนิก นำไปสู่ความสัมพันธ์ตรงข้ามระหว่างการบวกกับการลบ
1673	-	i	ประยุกต์ความสัมพันธ์ตรงข้ามระหว่างการบวกกับการลบกับเส้นโค้งทางเรขาคณิต เชื่อมโยงความชันและพื้นที่ ณ จุดเดียวกัน รวมถึงการใช้อนุกรมเพื่อประมาณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ
1676	-	i	ประยุกต์ความสัมพันธ์ตรงข้ามระหว่างการบวกและการลบเข้ากับฟังก์ชันพีชคณิต และประดิษฐ์สัญลักษณ์เพื่อรองรับแนวคิดเกี่ยวกับแคลคูลัส เช่น dx = differential (ผลต่างเชิงอนุพันธ์) แทนความเปลี่ยนแปลง ผลต่างขนาดย่อย หรือ $\int$ แทนการหาปริพันธ์ (Integration)
1684	*Nova Methodus*	b	สรุปแนวคิดเกี่ยวกับการหาอนุพันธ์ โดยใช้หลักการเดียวกับนิวตัน คือ ตัดทอนพจน์ที่มีค่าน้อย โดยเฉพาะค่าในช่วงอนุพันธ์อันดับสูง สรุปเป็นสูตรที่ใช้ในกรณีทั่วไป เช่น $dxy = xdy + ydx$
1686	*Acta Eruditorum*	b	สรุปแนวคิดเกี่ยวกับแคลคูลัสเชิงปริพันธ์ โดยสรุปย้ำว่า การหาปริพันธ์เป็นความสัมพันธ์แบบผกผัน (Inverse Relationship) กับการหาอนุพันธ์ ซึ่งประยุกต์ใช้ได้กับฟังก์ชันอดิศัย (Transcendental Function) ด้วย ไม่ใช่เพียงฟังก์ชันพีชคณิต

หมายเหตุ: รูปแบบต่างๆ คือ i = idea, m = manuscript, b = book

ที่มา: (สรุปจาก) Carl B. Boyer, *A History of Mathematics*, 2nd Edition (New York: Wiley, 1989), p. 446-450.

จากตารางที่ 3 จะได้ว่า ประเด็นที่ไลบ์นิทซ์ค้นพบด้วยตนเองและพยายามให้ความสำคัญ คือ ความสัมพันธ์ที่ตรงข้ามกันระหว่างการบวกกับการลบ ไลบ์นิทซ์เห็นว่านำไปประยุกต์ใช้กับเรื่องต่าง ๆ ได้ เช่น อนุกรมอนันต์ เส้นโค้ง ฟังก์ชันพีชคณิต และในภายหลังความสัมพันธ์เชิงตรงข้ามดังกล่าวนำไลบ์นิทซ์ไปสู่กรอบคิดแบบแคลคูลัส ซึ่งได้แก่สถานะตรงข้ามกันระหว่างความชันกับพื้นที่ของฟังก์ชัน

นอกจากนี้ ตามคำกล่าวอ้างของไลบ์นิทซ์ เขาอธิบายว่า การคิดค้นเรื่องแคลคูลัสมีรากฐานจากการศึกษาที่เรียกว่า Characteristic Triangle (ซึ่งเป็นแนวคิดเชิงเรขาคณิต) ที่ได้แรงบันดาลใจจากการอ่านงานของปาสกาล (Burton, 2007: 416) อย่างน้อยข้ออ้างนี้ช่วยเพิ่มน้ำหนักว่า แนวคิดของไลบ์นิทซ์มีที่มาจากแหล่งที่เฉพาะเจาะจงอื่นที่ไม่ใช่การลอกเลียนงานของนิวตัน

ในทางประวัติศาสตร์ ชื่อเสียงของไลบ์นิทซ์ไม่อาจเทียบกับนิวตันที่เป็นผู้สร้างคุณูปการทางวิทยาศาสตร์ไว้อย่างสำคัญ จนเรียกได้ว่าเป็นหนึ่งในผู้ให้กำเนิดฟิสิกส์สมัยใหม่ ส่วนในด้านแคลคูลัส ผลงานของนิวตันแสดงให้เห็นว่า แคลคูลัสสามารถใช้ประโยชน์ในโลกแห่งความเป็นจริงอย่างได้ผลเพียงใด ขณะที่ไลบ์นิทซ์ไม่เคยแม้แต่จะโยงใยแคลคูลัสเข้ากับฟิสิกส์ ทั้งนี้ อาจเป็นเพราะเหตุนี้หรือไม่ที่ทำให้ไลบ์นิทซ์พ้นจากเงาอันยิ่งใหญ่ของนิวตันได้ยากยิ่ง และผู้คนจดจำแคลคูลัสในฐานะผลงานของนิวตันมากกว่า

อนึ่ง ไลบ์นิทซ์ได้ชื่อว่าเป็นนักคิดแนวญาณวิทยา (Epistemology) กล่าวคือ เน้นเรื่องการตรวจสอบที่มาของความรู้ จัดอยู่ในพวกเหตุผลนิยม (Rationalist) ซึ่งเห็นว่า ฐานความรู้อยู่ที่เหตุผล (Reason) ไม่ได้อยู่ที่ประสบการณ์ (Experience) ฉะนั้นอาจเป็นไปได้ว่า ไลบ์นิทซ์ไม่ต้องการประยุกต์แคลคูลัสกับฟิสิกส์

อย่างไรก็ดี คุณูปการของไลบ์นิทซ์ที่เหนือกว่านิวตันอยู่ที่การประดิษฐ์สัญลักษณ์ทางความคิด หากย้อนดูการศึกษาวิชาแคลคูลัสปัจจุบัน จะพบว่าการการเรียนการสอนล้วนอาศัยมรดกของไลบ์นิทซ์มากกว่านิวตัน โดยเฉพาะสัญลักษณ์ d (Differential) และ $\int$ (Integral) ที่ไลบ์นิทซ์ประดิษฐ์ขึ้นมาเพื่อสื่อถึงกระบวนการที่เป็นพื้นฐานอย่างยิ่งในวิชาแคลคูลัส ถึงกระนั้น ข้อนี้จัดว่าเป็นคุณูปการที่มีผู้ตระหนักถึงน้อยเต็มทีในปัจจุบัน

ความต่างในความเหมือน

ณ จุดนี้อาจพอสรุปจากเนื้อหาทั้งหมดข้างต้นได้ว่า นิวตันและไลบ์นิทซ์ริเริ่มความคิดเกี่ยวกับแคลคูลัสจากสิ่งเดียวกัน คือ ปัญหาอนุกรมอนันต์ แต่การได้มาซึ่งอนุกรมอนันต์ของทั้งคู่มีที่มาแตกต่างกัน นิวตันได้มาจากการคิดที่เริ่มต้นจากทฤษฎีบททวินาม ส่วนไลบ์นิทซ์ได้อนุกรมอนันต์ของเศษส่วนมาจากความสนใจในรูปสามเหลี่ยมฮาร์มอนิก

ประเด็นนี้มีความสำคัญเนื่องจากเป็นที่ยอมรับกันในประวัติศาสตร์คณิตศาสตร์ว่า ความคิดของไลบ์นิทซ์ส่วนที่สืบเนื่องจากรูปสามเหลี่ยมฮาร์มอนิก เป็นอิสระจากวิธีการของนิวตันจริง นิวตันไม่ได้เคยกล่าวถึงเรื่องนี้ไว้ เท่ากับเป็นการยืนยันว่า อย่างน้อยในขั้นต้น วิธีคิดของไลบ์นิทซ์เป็นอิสระจากสิ่งที่นิวตันคิดไว้

ปัญหาที่ตามมาคือ ถัดจากขั้นตอนที่เริ่มต้นด้วยอนุกรมอนันต์ วิธีการประมาณค่าอนุกรมอนันต์หรือการคิดคำนวณอัตราการเปลี่ยนแปลงของทั้งคู่เหมือนกันค่อนข้างมาก ได้แก่ การใช้วิธีตัดทอนพจน์ที่มีค่าน้อยอย่างยิ่งหรือใกล้เคียงกับศูนย์ออกไปและคงเหลือไว้แต่พจน์ที่มีค่ามากที่สุด แล้วนำไปหาอัตราการเปลี่ยนแปลงที่เกิดกับฟังก์ชันซึ่งคืออนุพันธ์ อย่างไรก็ตาม ถึงแม้ความคิดในภาพรวมจะคล้ายกันมาก แต่ความแตกต่างที่พอเห็นได้ชัดคือ ผลงานของนิวตันในปี 1669 และ 1671 ได้ผลลัพธ์จากการศึกษาเชิงพีชคณิต (ตารางที่ 2) ขณะที่ผลงานของไลบ์นิทซ์ในปี 1673 ได้จากการวิเคราะห์ด้วยเรขาคณิตและการนำอนุกรมไปคิดกับฟังก์ชันตรีโกณมิติ (ตารางที่ 3) จึงอาจเป็นไปได้เช่นกันว่า วิธีคิดดังกล่าวจะเกิดขึ้นอย่างอิสระต่อกัน

นอกจากรายละเอียดเกี่ยวกับที่มาของแนวคิดและประเด็นทางเทคนิคบางประการซึ่งแตกต่างกันดังกล่าวข้างต้น ไลบ์นิทซ์มีจุดที่แตกต่างจากนิวตันอย่างมาก หากพิจารณาเป้าหมายของผลงานที่เสนอ นิวตันพัฒนาแคลคูลัสแล้วนำไปเป็นองค์ประกอบในการทำความเข้าใจปรัชญาธรรมชาติหรือแสวงหาความจริงทางฟิสิกส์ ดังกล่าวแล้วว่าในระดับของจักรวาล นิวตันสามารถพัฒนาแคลคูลัสเพื่อใช้ประกอบการอธิบายเรื่องวิถีโคจรของดาวเคราะห์ ส่วนในระดับของโลก นิวตันสงสัยว่า แรงดึงดูดแผ่ขยายไปกว้างเพียงใด อาจจะแผ่ผ่านท้องฟ้าขึ้นไปถึงดวงจันทร์ หากเป็นเช่นนั้น แรงเดียวกันนี้อาจจะเป็นแรงที่ทำให้ผลแอปเปิ้ลตกสู่พื้นดิน เพื่อที่จะตอบคำถามดังกล่าว เป็นเหตุให้นิวตันต้องการทราบอัตราการลดลงของแรงดึงดูดในระยะทางที่ห่างจากโลก นิวตันได้คำบอกใบ้มาก่อนจากกฎข้อที่ 3 ของเคปเลอร์ (Burton, 2007: 396) ซึ่งนี่คือการตอกย้ำความสนใจเชิงวิทยาศาสตร์ของนิวตัน

ไลบ์นิทซ์พัฒนาแคลคูลัสในมิติของคณิตศาสตร์เชิงนามธรรม โดยจำกัดความคิดให้อยู่ในปริมณฑลของคณิตศาสตร์เท่านั้น ไม่ใช่ตอบสนองความรู้เกี่ยวกับโลกกายภาพ เหตุผลหนึ่งที่ไลบ์นิทซ์มีรากฐานความคิดเช่นนี้น่าจะมาจากความสนใจของเขาซึ่งเน้นหนักไปทางปรัชญามากกว่าคณิตศาสตร์หรือวิทยาศาสตร์ ดังนั้น แม้ไลบ์นิทซ์จัดว่าเป็นนักคณิตศาสตร์ที่มีความเชี่ยวชาญมาก แต่เขาไม่เคยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือเพื่อทำความเข้าใจฟิสิกส์ (Motz and Weaver, 1995: 141) ผลงานของนิวตันกับไลบ์นิทซ์จึงมีเบื้องหลังทางความคิดที่แตกต่างกันตั้งแต่ต้นตามพื้นฐานความสนใจของบุคคลทั้งสอง

ในกรณีของไลบ์นิทซ์ ความมุ่งมั่นในด้านปรัชญาของไลบ์นิทซ์ทำให้เขามีเป้าหมายอยู่ที่ความคิดรวบยอดทางตรรกะ การนำเสนอแคลคูลัสของไลบ์นิทซ์แฝงความประทับใจที่ต้องการหาองค์ประกอบของความเป็นสากล

(Element of Universality) เพื่อลดความแตกต่างของสิ่งต่าง ๆ ที่ซับซ้อนและจัดให้เป็นระเบียบ หรือทำให้การอ้างเหตุผลทางตรรกะลดลงเหลือเป็นรูปแบบที่เป็นระบบแน่นอน แนวคิดแบบนี้ของไลบ์นิทซ์เรียกว่าพีชคณิตของตรรกะ (Algebra of Logic) (Boyer, 1989: 453) จุดนี้อาจช่วยให้คำตอบได้ว่า เหตุใดเป้าหมายของไลบ์นิทซ์จึงเน้นความเป็นสากลของผลงานทางความคิดและมักสร้างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับความคิดแบบต่าง ๆ ของตนเอง คำตอบก็คือความพยายามให้ผลงานทางความคิดมีตรรกะที่เป็นสูตรสำเร็จซึ่งสามารถประยุกต์ใช้ได้อย่างกว้างขวาง

หากเปรียบเทียบเรื่องปรัชญาวิทยาศาสตร์หรือโลกทัศน์ของทั้งคู่ก็จะพบความแตกต่างอีกเช่นกัน ไลบ์นิทซ์มองโลกและธรรมชาติอย่างเป็นนามธรรม แต่มีโครงสร้างทางตรรกะ ไลบ์นิทซ์เชื่อว่า โลกประกอบขึ้นจากหน่วยย่อยที่เรียกว่า โมนาด (Monad) ซึ่งเป็นศูนย์กลางของพลังชีวิตแต่มีสภาพไม่ใช่วัตถุ (Non-Material Centers of Vital Force) มีสภาวะความเป็นจิต เป็นสิ่งที่ดำรงอยู่โดยมีอำนาจในตัวเอง และไม่มีอิทธิพลทางกายภาพต่อโมนาดหน่วยอื่น นอกจากนี้ จะไม่มีโมนาดคู่ใดที่เหมือนกันทุกประการ การดำรงอยู่ร่วมกันของโมนาดไม่ใช่ภาวะสับสนไร้ระเบียบ แต่มีต้นกำเนิดจากผู้สร้างเดียวกันที่รังสรรค์ความกลมกลืนแก่โมนาดเหล่านี้ แนวคิดนี้แตกต่างจากแนวคิดของนิวตันซึ่งมองว่า สรรพสิ่งประกอบขึ้นจากหน่วยย่อยหรืออะตอม (Atom) ที่มีสภาพเป็นวัตถุ เป็นรูปธรรม มีความเฉื่อย และทุกหน่วยเหมือนกัน (Mason, 1962: 353-354)

หากลองตีความข้อมูลดังกล่าวในเชิงประวัติศาสตร์ อาจจะไม่ใช่เรื่องแปลกที่ความคิดของไลบ์นิทซ์มักวนเวียนอยู่กับความเป็นนามธรรมอย่างเรื่องคณิตศาสตร์หรือพีชคณิตของตรรกะ แทนที่จะคำนึงถึงเรื่องรูปธรรม เช่น การหาคำอธิบายหรือการแก้ปัญหาทางฟิสิกส์ ทั้งนี้ ยังไม่นับแนวคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบย่อยของสรรพสิ่งอีกด้วย ไลบ์นิทซ์มององค์ประกอบหน่วยย่อยในเชิงจิตซึ่งเป็นเอกเทศ ไม่เหมือนกัน ความคิดดังกล่าวเป็นมุมมองที่แตกต่างโดยสิ้นเชิงจากแนวคิดวิทยาศาสตร์กระแสหลักที่รับอิทธิพลจากแนวคิดของนิวตันที่มองโลกและธรรมชาติในเชิงจักรกลอย่างเป็นรูปธรรม

นอกจากนี้ ความเชื่อเรื่องการดำรงอยู่อย่างกลมกลืมเป็นระเบียบของโมนาด ที่แต่ละหน่วยไม่เหมือนกันเลย ยังสอดคล้องกับแนวคิดแคลคูลัสของไลบ์นิทซ์ในเรื่องการหาองค์ประกอบที่เป็นสากลดังกล่าวแล้วข้างต้น ทั้งนี้ สามารถเข้าใจได้ว่า ด้วยเหตุผลดังกล่าว ทำให้ไลบ์นิทซ์ต้องการลดทอนรูปความซับซ้อนให้อยู่ภายใต้กฎหรือกระบวนการคิดเชิงตรรกะในรูปแบบเดียวที่เป็นสากลและใช้ทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ครอบคลุม สอดรับกับความกลมกลืนระหว่างโมนาดที่มาจากผู้สร้างเดียวกัน

ส่วนนิวตันมีประเด็นที่น่าสนใจในเชิงปรัชญาด้วยเช่นกัน จริงอยู่ที่ผลงานของนิวตันบุกเบิกยุคใหม่ของวงการวิทยาศาสตร์ที่แนวคิดแบบจารีตจักรกล (Mechanistic Tradition) กลายเป็นปัจจัยสำคัญที่นำไปสู่การพิจารณาสรรพสิ่งที่ดำเนินไปในลักษณะของกลไก แต่มีการวิเคราะห์แนวคิดของนิวตันไว้เช่นกันว่า แท้จริงแล้ว นิวตันเป็นผู้ศรัทธาในปรัชญาแบบพีทาโกรัส (Pythagorean Philosophy) และได้รับแนวคิดแบบนีโอเพลโตนิสต์ (Neo-Platonist) จากพวกนักคิดสายเพลโตนิสต์ที่เคมบริดจ์ (Cambridge) ตามการวิเคราะห์นี้ ควรมอง *Principia Mathematica* ของนิวตันว่า เป็นผลงานเชิงศาสนาหรือเทววิทยามากกว่างานค้นคว้าวิจัย แม้ว่าเนื้อหาของหนังสือนำไปสู่ข้อสรุปว่า โลกเป็นเหมือนกับเครื่องจักรกล แต่นิวตันเองปฏิเสธแนวคิดจักรกล และเชื่อว่าพระเจ้าดำรงอยู่เพื่อคอยแก้ไขความแปรปรวนที่เกิดขึ้นกับระบบและเป็นส่วนหนึ่งของสรรพสิ่ง แนวคิดเรื่องอวกาศและเวลาที่สัมบูรณ์ (Absolute Space and Time) ก็เป็นผลจากแนวคิดในทางเทววิทยาของนิวตัน เพราะอวกาศและเวลาเป็นส่วนหนึ่งของการแสดงตนของพระเจ้า (Divine Presence) ภาวะความขัดแย้งในตัวเองนี้นำไปสู่แนวคิดที่เชื่อว่า พระเจ้าทรงสร้างจักรวาลขึ้นในรูปแบบจักรกลที่สามารถปล่อยให้กลไกทำงานต่อไปได้เองหลังจากสร้างเสร็จ เพื่อประนีประนอมกับปรัชญาแบบพีทาโกรัสที่ไม่เชื่อในความเป็นจักรกล แต่แนวคิดดังกล่าวก็ดำรงอยู่ได้ไม่นาน ภายหลังนิวตันถึงแก่กรรม *Principia Mathematica* ถูกมองว่าเป็นต้นธารของโลกทัศน์วิทยาศาสตร์แบบจักรกลโดยสมบูรณ์ (Kearney, 1979: 190-196)

หากกล่าวเฉพาะวิวาทะเรื่องอวกาศ “ความคิดเกี่ยวกับอวกาศสัมบูรณ์นี้เป็นอีกเรื่องที่นิวตันกับไลบ์นิทซ์เห็นแตกต่างกัน ถึงแม้ว่าครั้งหนึ่งเคยยึดถือกันอย่างกว้างขวางว่า ทฤษฎีสัมพัทธภาพของไอน์สไตน์ได้ตัดสินประเด็นปัญหานี้โดยเห็นพ้องกับไลบ์นิทซ์ แต่ความเห็นนี้ก็ถูกโจมตีมากขึ้นทุกทีในปีหลัง ๆ นี้ การโต้วาทีระหว่างนิวตัน/ไลบ์นิทซ์ล่วงเลยมากว่า 300 ปีแล้ว การถกเถียงก็ยังดำเนินอยู่อย่างเข้มข้น” (Okasha, 2002: 134) จริงอยู่ที่เรื่องนี้เป็นข้อถกเถียงทางปรัชญาวิทยาศาสตร์ แต่กลับสะท้อนให้เห็นว่า กรอบการวิเคราะห์ของนิวตันเป็นโลกทัศน์แบบที่เชื่อในการดำรงอยู่เป็นรูปธรรมของสิ่งศักดิ์สิทธิ์เหนือธรรมชาติ (พระเจ้า) ตลอดจนองค์ประกอบหน่วยย่อยที่สุด (อะตอม) แคลคูลัสของนิวตันจึงเป็นความเข้าใจที่ใช้งานได้กับธรรมชาติ ส่วนไลบ์นิทซ์ มองเรื่องนี้เป็นนามธรรมมากกว่านิวตัน เช่น หน่วยย่อยที่เขาเรียกว่าโมนาด ทำให้การคิดค้นแคลคูลัสของไลบ์นิทซ์มุ่งหมายในเรื่องความจริงของเหตุผล (Truth of Reason) ดังได้กล่าวมา

แม้ว่าความแตกต่างที่หยิบยกมานี้ไม่เพียงพอที่จะให้คำตอบอันชัดเจนว่า โดยสรุปแล้ว ผลงานทางคณิตศาสตร์ของทั้งคู่เหมือนกันโดยบังเอิญหรือเกิดการลอกเลียนกันขึ้น แต่การเปรียบเทียบที่มาของความคิด เป้าหมายของผลงาน และปรัชญาพื้นฐานที่ทั้งคู่ยึดถือ อาจจะพอได้ประโยชน์ในการแยกแยะประเด็นความแตกต่างทางความคิดของบุคคลทั้งสอง ในกระแสประวัติศาสตร์ที่คล้ายจะจารึกไว้เพียงว่า บุคคลทั้งสองได้คิดค้นแคลคูลัสขึ้น

วิวาทะกับนัยยะทางประวัติศาสตร์

หากพิจารณาจากตารางที่ 2 และ 3 จะเห็นปมปัญหาที่สำคัญคือ แนวคิดของนิวตันในระยะต้นตั้งแต่ทศวรรษ 1660-1670 บันทึกไว้ในรูปแบบของร่างต้นฉบับเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งนิวตันเผยแพร่เฉพาะในหมู่มิตรทางปัญญาเท่านั้น กว่าที่นิวตันจะตีพิมพ์ *Principia Mathematica* ให้ปรากฏต่อสาธารณะในรูปของหนังสือก็ล่วงจนถึงปี 1687 ซึ่งแม้จะตีพิมพ์ออกมาช้ากว่า *Nova Methodus* ของไลบ์นิทซ์ที่ตีพิมพ์ในปี 1684 เพียงสามปีโดยประมาณ แต่หากยึดถือตามหลักเกณฑ์ตัดสินที่ว่า ผลงานของใครเผยแพร่สู่สาธารณะก่อนกัน นิวตันจะประสบปัญหาทันทีด้วยข้อเท็จจริงที่ว่า ผลงานของไลบ์นิทซ์เผยเพร่แก่สาธารณะก่อน

แต่หากมองในมุมกลับ ประเด็นดังกล่าวกลับเป็นปัญหาใหญ่ของไลบ์นิทซ์ เพราะช่วงก่อนปี 1684 ไลบ์นิทซ์มีแต่ผลงานในรูปของแนวคิด ไม่มีหลักฐานที่ใช้อ้างอิงแม้แต่ในรูปของร่างต้นฉบับ ดังนั้น เมื่อราชสมาคม (Royal Society) ของอังกฤษไต่สวนข้อเท็จจริง ไลบ์นิทซ์จึงเสียเปรียบนิวตันอย่างมาก เพราะอย่างน้อยร่างต้นฉบับของนิวตันเป็นหลักฐานยืนยันหนักแน่นว่า นิวตันมีความคิดเหล่านี้มาตั้งแต่ช่วงทศวรรษ 1660-1670 ยังไม่นับความเสียเปรียบอื่น ๆ เช่น พยานบุคคลในแวดวงของนิวตันที่มีโอกาสเห็นหรืออ่านผลงานทางความคิดของนิวตันมาโดยตลอด ความเป็นชาตินิยมของฝ่ายอังกฤษหรือสถานะของนิวตันในราชสมาคมซึ่งขณะนั้นจัดว่าเป็นผู้มีชื่อเสียงในอันดับต้นแล้ว

ปัญหาอีกข้อที่สำคัญไม่แพ้กันของไลบ์นิทซ์คือ ข้อสงสัยที่ว่า ไลบ์นิทซ์เคยอ่านหรือพบเห็นผลงานของนิวตันมาก่อนหรือไม่ เนื่องจากไลบ์นิทซ์มีโอกาสไปยังลอนดอน 2 ครั้งในปี 1673 และ 1676 ซึ่งเป็นช่วงที่ความคิดเกี่ยวกับแคลคูลัสของเขากำลังก่อตัวขึ้น ในช่วงเดียวกันนั้น ความคิดของนิวตันซึ่งดำเนินมาก่อนค่อนข้างจะก่อตัวเป็นรูปเป็นร่างแล้ว (*De Analysi* ปี 1669 และ *De Methodis Fluxionum* ปี 1671) อนึ่ง การเยือนอังกฤษทั้งสองครั้งทำให้ไลบ์นิทซ์มีโอกาสสนิทสนมกับเฮนรี่ โอลเดนเบิร์ก (Henry Oldenburg) เลขาธิการของราชสมาคม บุคคลดังกล่าวมีบทบาทสำคัญในฐานะตัวเชื่อมระหว่างนิวตันกับไลบ์นิทซ์ เนื่องจากไลบ์นิทซ์ต้องการติดตามความคืบหน้าของวงการคณิตศาสตร์ในอังกฤษ (รวมถึงผลงานของนิวตัน) ผ่านโอลเดนเบิร์ก จึงได้มีการติดต่อกันทางจดหมายระหว่างไลบ์นิทซ์กับโอลเดนเบิร์ก ส่วนนิวตันเองทราบดีว่า แนวคิดที่บอกเล่าไปยังโอลเดนเบิร์กจะต้องสื่อไปถึงไลบ์นิทซ์ด้วยเช่นกัน แต่นิวตันไม่ได้มองว่าจะเป็นปัญหา (Burton, 2007: 420-421)

หลักฐานที่บ่งชี้ว่า นิวตันเคยยอมรับสถานะของไลบ์นิทซ์ว่าเป็นอีกผู้หนึ่งที่คิดค้นแคลคูลัสอย่างเป็นเอกเทศคือหนังสือ *Principia Mathematica* ของนิวตันเอง ในฉบับพิมพ์ครั้งที่ 1 ปี 1687 นิวตันไม่ได้โต้แย้งเรื่องแคลคูลัส

อีกทั้งเขียนไว้อย่างเปิดเผยว่า ตนเองรับรู้ว่าไลบ์นิทซ์ได้คิดค้นวิธีการทางคณิตศาสตร์ในแบบเดียวกันนี้สำเร็จ แม้ว่าอาจแตกต่างกันบ้างแต่ก็เพียงเรื่องรูปแบบของคำและสัญลักษณ์ ต่อมาในฉบับพิมพ์ครั้งที่ 2 ปี 1713 ซึ่งวิวาทะเรื่องการเป็นผู้คิดค้นแคลคูลัสก่อนได้เกิดขึ้นแล้ว นิวตันเขียนเพิ่มเติมว่า งานของไลบ์นิทซ์มีข้อแตกต่างในแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างปริมาณ (Generation of Quantities - ซึ่งน่าจะหมายถึงที่มาที่แตกต่างกันของอนุกรมอนันต์: ผู้เขียน) อันเป็นจุดที่ทำให้ไลบ์นิทซ์สามารถคิดค้นแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ขึ้นได้อย่างเป็นอิสระ อย่างไรก็ตาม ใน *Principia Mathematica* ฉบับพิมพ์ครั้งที่ 3 ปี 1726 นิวตันไม่ยอมกล่าวถึง ไลบ์นิทซ์หรือผลงานของเขาเลย ทั้งนี้ หากนิวตันตีพิมพ์ *De Methodis Fluxionum* ตั้งแต่แรกในปี 1671 ประวัติศาสตร์เรื่องนี้จะกลายเป็นอีกแบบ การที่นิวตันลังเลและไม่แน่ใจที่จะตีพิมพ์ผลงานของเขาแต่เนิ่น ๆ กลับสร้างปัญหาที่ยุ่งยากยิ่งกว่าในภายหลัง (Burton, 2007: 424-425)

ที่มาของวิวาทะดังกล่าวเริ่มในปี 1695 เมื่อจอห์น วิลลิส (John Willis) ซึ่งเป็นบุคคลที่มีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดกับนิวตันมาตั้งแต่ต้นจนคุ้นเคยกัน ได้บอกข่าวแก่นิวตันว่า ที่ฮอลแลนด์ (Holland) ยกย่องว่าแคลคูลัสเป็นผลงานที่ค้นพบโดยไลบ์นิทซ์ และในปี 1699 นักคณิตศาสตร์ชาวสวิสรายหนึ่งได้เขียนงานเสนอต่อราชสมาคมโดยแฝงนัยยะว่า ไลบ์นิทซ์นำแนวคิดเรื่องแคลคูลัสไปจากนิวตัน ซึ่งต่อมาไลบ์นิทซ์โต้แย้งว่า หากนับการตีพิมพ์ผลงานสู่สาธารณะ ตนเองถือเป็นผู้ที่ดำเนินการก่อน และยังประท้วงต่อราชสมาคมในข้อหาเรื่องการลอกเลียนแบบ เมื่อไลบ์นิทซ์ประท้วงซ้ำเป็นครั้งที่สอง ราชสมาคมจึงตั้งคณะกรรมการขึ้นเพื่อไต่สวนเรื่องดังกล่าว รายงานของคณะกรรมการซึ่งเผยแพร่ในปี 1712 สรุปว่า ไลบ์นิทซ์ผิดจริง โดยตัดสินจากความเชื่อที่ว่า ไลบ์นิทซ์ต้องเคยเห็นงานของนิวตันมาก่อน แต่ภายหลังเชื่อกันว่า ไลบ์นิทซ์ไม่เคยได้รับเอกสารเหล่านั้น (Boyer, 1989: 460) นอกจากนี้ ไลบ์นิทซ์ย้ำประเด็นว่า ไม่เคยกังขาว่านิวตันเป็นผู้คิดค้นระเบียบวิธีฟลักซ์ชัน แต่เขากล่าวอ้างว่า การค้นพบแคลคูลัสของตนเองเป็นไปอย่างอิสระ มีการศึกษาข้อมูลที่นำเสนอว่า เอกสารของนิวตันมีจำนวนมากและในสมัยนั้นใช้สื่อสารได้ลำบาก โอลเดนเบิร์ก (ในฐานะสื่อกลาง) จึงเพียงแต่ส่งเนื้อหาคร่าว ๆ ให้แก่ไลบ์นิทซ์ แสดงให้เห็นว่า การสืบสวนครั้งนั้นไม่ได้ใส่ใจรายละเอียดปลีกย่อยมากพอที่จะแก้ข้อกล่าวหาให้ไลบ์นิทซ์ (Burton, 2007: 428, 430)

ผลกระทบต่อประวัติศาสตร์ภูมิปัญญาหลังจากสมัยของนิวตันและไลบ์นิทซ์คือ ภาวะความแปลกแยกระหว่างนักคิดฝ่ายอังกฤษกับฝ่ายภาคพื้นทวีป ฝ่ายอังกฤษมีแนวโน้มที่จะตั้งข้อกังขาต่อกระแสปรัชญาบนภาคพื้นทวีปและมองว่าการมุ่งหาชุดคำอธิบายเชิงอภิปรัชญา (Metaphysics) ที่ศึกษาเพื่อหาแบบแผนหรือกฎครอบคลุมซึ่งใช้อธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ ไว้ในกฎชุดเดียวกันเป็นเรื่องที่ไม่น่าจะทำได้ ดังตัวอย่างกรณีปัญหาเกี่ยวกับปรัชญาประวัติศาสตร์ (Philosophy of History) ซึ่งนักคิดฝั่งภาคพื้นทวีปผลิตงานปรัชญาประวัติศาสตร์จำนวนมากออกมาในแนวทางปรัชญาประวัติศาสตร์แบบสร้างระบบ (Speculative Philosophy of History) เช่น ปรัชญาประวัติศาสตร์แบบเฮเกล (Hegel) ซึ่งสร้างระบบโดยตั้งอยู่บนพัฒนาการของจิตสำนึก (Mind) โดยที่ฝั่งอังกฤษออกจะเหยียดหยามและหันไปหาแนวทางปรัชญาประวัติศาสตร์แบบวิเคราะห์ (Critical Philosophy of History) ซึ่งไม่ได้สร้างระบบอภิปรัชญาแต่เน้นที่การวิเคราะห์แนวคิดมากกว่า (Walsh, 1967: 11-15)

ในแง่หนึ่ง มุมมองอันแตกต่างที่มีต่อปรัชญาประวัติศาสตร์มีส่วนคล้ายคลึงกับกรณีระหว่างนิวตันกับไลบ์นิทซ์ ดังกล่าวมาแล้วว่า ผลงานของไลบ์นิทซ์มีแนวโน้มที่จะพยายามค้นหากฎเกณฑ์หรือรูปแบบสากล เช่น กรณีพีชคณิตของตรรกะที่เขามุ่งหวังให้กระบวนการคิดเชิงตรรกะสัมพันธ์กันเป็นระบบและเป็นสูตรสำเร็จเหมือนการแทนค่าในฟังก์ชันพีชคณิต ผลงานของไลบ์นิทซ์จึงเป็นนามธรรมมากกว่างานของนิวตัน นักปรัชญาภาคพื้นทวีปจำนวนมากเช่น เฮเกล (Hegel) หรือมาร์กซ์ (Marx) ก็เดินตามเส้นทางอภิปรัชญาดังกล่าว แต่ฝั่งอังกฤษอาจได้รับอิทธิพลจากนิวตันในแง่ของความคิดที่เป็นรูปธรรม (หรือใช้งานได้ในเชิงวิทยาศาสตร์กายภาพ) มากกว่า จึงเห็นว่า ปรัชญาประวัติศาสตร์แบบสร้างระบบเป็นสิ่งที่ใช้งานไม่ได้จริง เป็นผลให้เกิดการมองปรัชญาประวัติศาสตร์ด้วยสายตาอีกแบบหนึ่ง

ในส่วนของวงการนักคณิตศาสตร์ แม้ว่าประวัติศาสตร์จะยกย่องบรรยากาศทางภูมิปัญญาของโลกตะวันตกโดยรวมในศตวรรษที่ 18 ว่าเป็นยุคนิวตัน (Newtonian Era หรือ Age of Newton) แต่ฝั่งอังกฤษแทบไม่ปรากฏนักคณิตศาสตร์ที่โดดเด่นในรุ่นถัดจากนิวตันเลย การยึดติดกับแนวทางของนิวตัน เช่น ความมุ่งมั่นใช้แต่วิธีพิสูจน์เชิงเรขาคณิตแบบนิวตันทำให้วงการคณิตศาสตร์อังกฤษล้าหลังกว่าภาคพื้นทวีป นักคณิตศาสตร์ที่โดดเด่นในยุคหลังจากนิวตันและไลบ์นิทซ์แทบทั้งหมดมาจากหลากหลายประเทศบนภาคพื้นทวีป และช่วยกันสร้างสรรค์ผลงานสำคัญทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องในแบบที่ฝั่งอังกฤษไม่อาจเทียบได้ อาจเพราะคณิตศาสตร์ขั้นสูงซึ่งพัฒนาภายหลังจากที่มีแคลคูลัสต้องอาศัยจินตนาการและวิธีคิดที่เป็นนามธรรมสูงมาก ระบบคิดที่ยังยึดติดกับความเป็นรูปธรรมเกินไปอาจกลายเป็นอุปสรรคต่อการพัฒนาทางคณิตศาสตร์ก็เป็นได้

สรุป

ในการเรียนการสอนประวัติศาสตร์ การเอ่ยถึงวิวาทะระหว่างนิวตันและไลบ์นิทซ์มักปรากฏขึ้นเพียงสั้นๆ ในฐานะเหตุการณ์ย่อยเหตุการณ์หนึ่งในประวัติศาสตร์การปฏิวัติวิทยาศาสตร์ เรื่องนี้อาจเป็นผลมาจากข้อจำกัดเรื่องพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ทำให้เป็นการยากหากจะศึกษาเนื้อหาความคิดที่ลึกลงไปกว่านั้นในขอบข่ายวิชาประวัติศาสตร์ แต่บทความนี้พยายามแสดงให้เห็นว่า หากอาศัยการศึกษาองค์ประกอบทางคณิตศาสตร์แล้วจะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการเข้าใจความแตกต่างทางความคิดและปรัชญาของนักคิดทั้งสอง

ดังที่กล่าวข้างต้นว่า ปัจจุบันมีการใช้บทสรุปกลางๆ ว่า นักคิดทั้งสองต่างก็คิดค้นแคลคูลัสขึ้นมา บทสรุปดังกล่าวค่อนข้างเทน้ำหนักให้แก่ด้านที่เหมือนกันระหว่างนิวตันกับไลบ์นิทซ์ จนความทรงจำเกี่ยวกับด้านที่แตกต่างกันถูกลดทอนความสำคัญลงไป บทความนี้จึงพยายามนำแง่มุมด้านที่แตกต่างเหล่านั้นมานำเสนอและเรียบเรียงให้เห็น เริ่มตั้งแต่การอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับแคลคูลัส ซึ่งนิวตันกับไลบ์นิทซ์เล็งเห็นเป้าหมายของแคลคูลัสต่างกัน ไปจนถึงการย้อนกลับไปพิจารณาว่า ก่อนที่จะผลิตผลงานดังที่ปรากฏออกมา นิวตันและไลบ์นิทซ์มีจุดเริ่มต้นที่เหมือนหรือต่างกันมากน้อยเพียงใด หรือมีรากฐานทางความคิดและปรัชญาที่แตกต่างกันในแง่ใดบ้าง อย่างน้อยข้อเท็จจริงเหล่านี้สามารถใช้เป็นองค์ประกอบเพื่อพิจารณาความเป็นอิสระของแนวคิดและความเป็นตัวของตัวเองในผลงานของแต่ละฝ่าย

ถึงจุดนี้ผู้เขียนเห็นว่า นิวตันและไลบ์นิทซ์มีจุดเริ่มต้นทางความคิดเกี่ยวกับแคลคูลัสอย่างเป็นอิสระต่อกัน ความคิดที่พัฒนาขึ้นในภายหลังและมีส่วนคล้ายคลึงกันน่าจะเป็นความบังเอิญ แม้จะมีประเด็นปลีกย่อยให้ถกเถียงกันได้บ้าง แต่รายละเอียดทางเทคนิคจำนวนมากที่ปรากฏล้วนสนับสนุนค่อนข้างชัดเจนว่า ความเป็นเอกเทศของแต่ละฝ่ายเป็นเรื่องที่มีเหตุผล การยกย่องทั้งคู่อย่างเท่าเทียมกันในเรื่องนี้จึงมีหลักฐานรองรับมากพอควร ที่สำคัญเมื่อมองจากหลายแง่มุม บุคคลทั้งสองมีความแตกต่างกันมากกว่าความเหมือนทั้งในด้านความเชื่อและรายละเอียดของผลงาน หากสามารถกล่าวถึงประเด็นเหล่านี้ให้มากขึ้นในการศึกษาประวัติศาสตร์ย่อมช่วยเสริมให้เกิดมุมมองอันหลากหลาย เพื่อถ่วงดุลกับภาพความเหมือนกันในเรื่องแนวคิดเกี่ยวกับแคลคูลัสที่บังเอิญอยู่ในความสนใจของสาธารณชนมากกว่าแง่มุมอื่น

บรรณานุกรม

Boyer, C. B. and Merzbach, U. C. (1989). *A History of Mathematics* (second edition). New York: Wiley.

Burton, D. M. (2007). *The History of Mathematics: An Introduction* (sixth dition). New York: McGraw-Hill.

Kearney, H. F. (1979). *Science and Change 1500-1700.* New York: McGraw-Hill Book.

Mason, S. F. (1962). *A History of the Sciences.* New York: Collier Books.

Motz, L and Weaver, J. H. (1995). *The Story of Mathematics*. New York: Avon Books.

Walsh, W. H. (1967). *An Introduction to Philosophy of History*. London: Hutchinson.

Okasha, S. (2002). *Philosophy of Science: A Very Short Introduction*. แปลโดย จุไรรัตน์ จันทร์ธำรง. ชื่อ *ปรัชญาวิทยาศาสตร์โดยสังเขป*. (2549). กรุงเทพฯ: ศูนย์มานุษยวิทยาสิรินธร (องค์กรมหาชน).

ราชบัณฑิตยสถาน. (2553). *พจนานุกรมศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน*. กรุงเทพฯ: นานมีบุ๊คส์พับลิเคชั่นส์.

สมวงษ์ แปลงประสพโชค. (2525). พัฒนาการของแคลคูลัส. ใน: *เอกสารการสอนชุดวิชาคณิตศาสตร์ 4 หน่วยที่ 9-15*. กรุงเทพฯ: บริษัทโรงพิมพ์สหมิตร, น.95-137.