การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคงทน เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง วิทยาลัยเทคนิคอุทัยธานี

A Study of Mathematical Problem-Solving Ability and Retention in the Topic of Applied Derivative Problems Using Rigorous Mathematical Thinking Combined with Mathematical Modeling for Students in the Higher Vocational Certificate Program at Uthai Thani Technical College

อภิปุญญา จันทร์ภาภาส[1] และ อาวีพร ปานทอง[2*]

Apipoonya Janpapas[1] and Aweeporn Panthong[2*]

Received:19 March 2025 **Revised:**9 July 2025 **Accepted:** 27 October 2025

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และ 3) ศึกษาความคงทนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักศึกษาระดับชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง วิทยาลัยเทคนิคอุทัยธานี ได้มาโดยสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม จำนวน 24 คน เครื่องมือวิจัยประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ 4 แผน (ค่าความเหมาะสมระดับมาก $\bar{x}$= 4.33, S.D. = 0.49) และแบบทดสอบที่มีคุณภาพด้านความตรงเชิงเนื้อหาระหว่าง 0.67 - 1.00 ค่าความยากระหว่าง 0.50 - 0.80 ค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.38 - 0.63 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.87 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบทีกรณีตัวอย่างไม่อิสระ การทดสอบทีกรณีหนึ่งกลุ่มตัวอย่าง และการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบวัดซ้ำ ผลการวิจัยพบว่า นักศึกษามีคะแนนความสามารถความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ($\bar{x}$= 22.00, S.D. = 6.30) สูงกว่าก่อนเรียน ($\bar{x}$= 2.13, S.D. = 1.42) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 คะแนนความสามารถความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

[1] นักศึกษาระดับมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์

[2] ผู้ช่วยศาสตราจารย์, ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ, คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์

[1] Master's degree student, Master of Science Program in Teaching Mathematics, Nakhon Sawan Rajabhat University

[2] Assistant Professor, Mathematics and Statistics, Nakhon Sawan Rajabhat University

* Corresponding author: Aweeporn Panthong, E-mail: aweeporn.p@nsru.ac.th

และมีความคงทนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ($\bar{x}$= 23.67, S.D. = 7.49) ซึ่งมีคะแนนแตกต่างกับคะแนนก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และไม่แตกต่างกับคะแนนหลังเรียน

คำสำคัญ: ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์, ความคงทน

Abstract

The objectives of this research were to 1) compare mathematical problem-solving ability before and after learning, 2) compare mathematical problem-solving ability against a 60% criterion of the total score, and 3) study the retention of mathematical problem-solving ability on the topic of Applied Derivative Problems using Rigorous Mathematical Thinking combined with mathematical modeling. The sample group in this research comprised 24 students enrolled in the Higher Vocational Certificate Program at Uthai Thani Technical College, selected using cluster random sampling. The research instruments included 4 lesson plans (with a high appropriateness level of Mean = 4.33, S.D. = 0.49) and a test with content validity between 0.67-1.00, a difficulty level between 0.50-0.80, a discrimination power between 0.38-0.63, and a reliability of 0.87. The statistics used for data analysis were mean, standard deviation, paired-samples t-test, one-sample t-test, and repeated measures ANOVA. The research findings revealed that the students' post-test mathematical problem-solving scores (Mean = 22.00, S.D. = 6.30) were significantly higher than their pre-test scores (Mean = 2.13, S.D. = 1.42) at the .05 significance level. The post-test scores were also significantly higher than the 60% criterion at the .05 significance level. Furthermore, the students demonstrated retention of their mathematical problem-solving ability (Mean = 23.67, S.D. = 7.49), as these scores were significantly different from the pre-test scores but not significantly different from the post-test scores at the .05 significance level.

Keywords: Mathematical Problem-Solving Ability, Rigorous Mathematical Thinking Combined with Mathematical Modeling, Retention

บทนำ

คณิตศาสตร์ระดับ ปวส. มีความสำคัญยิ่งในการพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหา และการประยุกต์ใช้ความรู้ในสถานการณ์จริง เพื่อเตรียมความพร้อมนักศึกษาสู่การประกอบวิชาชีพอย่างมีคุณภาพ หลักสูตรอาชีวศึกษาของสำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา สำนักมาตรฐานการอาชีวศึกษาและวิชาชีพ (2567) กำหนดให้คณิตศาสตร์เป็นวิชาสมรรถนะแกนกลาง บังคับเรียนไม่น้อยกว่า 3 หน่วยกิต วิทยาลัยเทคนิคอุทัยธานียึดหลักสูตรนี้ โดยกำหนดให้วิชาแคลคูลัส 1 เป็นวิชาพื้นฐานสำหรับนักศึกษา ปวส. 1 เนื้อหาแคลคูลัส 1 ครอบคลุมการคิดคำนวณและการแก้ปัญหา “อนุพันธ์” ซึ่งเป็นแก่นสำคัญ มีบทบาทในการวิเคราะห์และแก้ปัญหาเชิงเทคนิค เช่น การคำนวณอัตราการเปลี่ยนแปลง การหาค่าสูงสุด-ต่ำสุด อย่างไรก็ตาม จากการสังเกตและข้อมูลการสอน ผู้วิจัยพบว่านักศึกษาวิทยาลัยเทคนิคอุทัยธานียังคงประสบปัญหาและมีข้อจำกัดในการประยุกต์ใช้อนุพันธ์แก้โจทย์ประยุกต์ ขาดทักษะการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ รวมถึงไม่สามารถเลือกและสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ซึ่งอาจส่งผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์และการปฏิบัติงานในอนาคต

ปัญหาดังกล่าวไม่เพียงการขาดทักษะคำนวณ แต่ยังรวมถึงความบกพร่องในการวิเคราะห์ปัญหา การวางแผน การเลือกใช้แนวคิดที่เหมาะสม และที่สำคัญคือ “ความคงทน” ในการเรียนรู้และเผชิญปัญหา กานดา จีนสุกแสง (2562) อธิบายความคงทนว่าคือความคงทนในการเรียนรู้คือความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ได้เรียนรู้ หรือประสบการณ์ที่ได้เคยเรียนรู้มาก่อน หลังจากทิ้งช่วงระยะเวลาไว้ช่วงหนึ่ง แล้วยังสามารถคงความรู้อยู่ หรือนำประสบการณ์นั้นมาใช้ได้ ซึ่งส่งเสริมการพัฒนาการคิดอย่างเป็นระบบ และเปิดโอกาสให้นักศึกษาเรียนรู้แนวคิดใหม่จากการสังเกตและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ผ่านกิจกรรมและสื่อการเรียนรู้ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่เน้นการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง และยังส่งเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560) เน้นย้ำความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ผู้เรียนควรได้รับการฝึกฝนและพัฒนาให้เกิดทักษะติดตัว เพื่อให้มีแนวทางการคิดหลากหลาย กระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมั่นใจในการแก้ปัญหาทั้งในและนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานสำหรับชีวิต ดังนั้น แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สามารถส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักศึกษาจึงจำเป็น ปัจจุบันมีแนวคิด ทฤษฎี หลักการ หรือโมเดลการสอนหลากหลาย เช่น รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2, โมเดลการอุปนัย, แนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก, กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC และกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างเข้ม (Rigorous Mathematical Thinking: RMT) กระบวนการ RMT ที่พัฒนาโดย Kinard and Kozulin มีพื้นฐานจากทฤษฎีเครื่องมือทางจิตวิทยาของไวก็อตสกี้ (Vygotsky’s theory of psychological tools) และแนวคิดการใช้ประสบการณ์การเรียนรู้เป็นสื่อกลางของฟิวเออร์สติน (Feuerstein’s concept of mediated learning experience) ซึ่งมุ่งสร้างสติปัญญาให้มีความคงทน พร้อมสร้างทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านการทำงานอย่างเข้มข้น สายพิณ ล้ำเลิศ (2558) อธิบายว่า RMT ส่งเสริมให้นักศึกษาแสดงความคิดบนพื้นฐานความรู้เดิม และครูช่วยส่งเสริมความคิดให้สูงขึ้น มีขั้นตอนให้นักศึกษาเลือกและเขียนแนวคิดคณิตศาสตร์ด้วยภาษาตนเอง แล้วแปลงเป็นภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักศึกษาเข้าใจและพัฒนาแนวคิดอย่างเป็นระบบ อีกทั้งยังมีขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชัดเจน

ด้วยเหตุผลและความสำคัญดังกล่าว ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคงทนในเรื่องโจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ของนักศึกษา ปวส. โดยใช้แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่บูรณาการกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เนื่องจากกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักศึกษาสร้างความเข้าใจและพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์จากกระบวนการเรียนรู้ที่เป็นระบบ ขณะที่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายลักษณะของสถานการณ์ การบูรณาการทั้งสองแนวทางนี้คาดว่าจะช่วยให้นักศึกษานำความรู้ ทักษะ หลักการและประสบการณ์เดิมมาประยุกต์ใช้เพื่อเชื่อมโยงและหาคำตอบของปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ตลอดจนเสริมสร้างความคงทนของความรู้ ทำให้พวกเขาสามารถระลึกและนำความรู้นั้นออกมาใช้ได้แม้ผ่านช่วงระยะเวลาหนึ่ง

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

3. ศึกษาความคงทนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ขอบเขตของการวิจัย

1. ขอบเขตด้านเนื้อหาและระยะเวลา

เนื้อหารายวิชาแคลคูลัส 1 เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงชั้นปีที่ 1 (ปวส. 1) จำนวน 4 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ระยะเวลา 12 ชั่วโมง

2. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย นักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงชั้นปีที่ 1 (ปวส. 1) แผนกวิชาช่างยนต์ ช่างก่อสร้าง ช่างไฟฟ้ากำลัง ช่างกลโรงงาน ช่างเชื่อมโลหะและช่างอิเล็กทรอนิกส์ วิทยาลัยเทคนิคอุทัยธานี ที่ลงทะเบียนเรียนวิชาแคลคูลัส 1 ในปีการศึกษา 2567 จำนวนทั้งสิ้น 180 คน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ใช้การสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ได้นักศึกษาระดับชั้นปวส. 1 วิทยาลัยเทคนิคอุทัยธานี ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2567 จำนวนนักศึกษาทั้งสิ้น 24 คน

3. ขอบเขตด้านเนื้อหาและระยะเวลา

ตัวแปรอิสระ คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ตัวแปรตาม คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ และความคงทนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์

สมมติฐานการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ หลังเรียนโดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ หลังเรียนโดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

3. นักศึกษามีความคงทนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยคะแนนความคงทนแตกต่างกับคะแนนก่อนเรียนและไม่แตกต่างกับคะแนนหลังเรียน

วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยครั้งนี้มีการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนและทดสอบความคงทนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวมถึงมีการเก็บข้อมูลระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubric) ของแบบทดสอบ

1. เครื่องมือที่ใช้ในวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูลผ่านการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ซึ่งมีรายละเอียดของแต่ละเครื่องมือ ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ครอบคลุมเนื้อหา การประยุกต์อนุพันธ์ในวิชาแคลคูลัส 1 ระดับชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ รวมระยะเวลาทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง ใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 4 ครั้ง ครั้งละ 3 ชั่วโมง **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนโดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้ม RMT และใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นตัวเสริมการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

ระยะที่ 1 การพัฒนาทางปัญญา มี 2 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 การเตรียมความพร้อมและสร้างแรงจูงใจ คือ นำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่มีความเกี่ยวข้องกับชีวิตจริงของผู้เรียน ใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและเห็นความสำคัญของปัญหา สร้างบรรยากาศที่เอื้อต่อการคิดและแสดงความคิดเห็น และ ขั้นที่ 2 การเชื่อมโยงกับความรู้เดิม คือ ครูใช้การเป็นสื่อกลางช่วยผู้เรียนในการนำความรู้เดิมมาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ปัญหาใหม่ ทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา เช่น สัญลักษณ์ ตัวแปร สมการ เป็นต้น อภิปรายร่วมกันเพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาอย่างลึกซึ้ง

ระยะที่ 2 การพัฒนากระบวนการสู่เนื้อหา มี 3 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ คือ การที่ครูให้นักศึกษาสร้างแนวคิดที่จำอย่างเป็นระบบ มีการเชื่อมแนวคิดเดิมมาสู่แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหา โดยในการเชื่อมความรู้ความคิดนี้ ครูจะใช้ความรู้พื้นฐานเดิมของนักศึกษาในการถ่ายโยงความรู้ ขั้นที่ 4 การค้นพบและกำหนดแนวคิดทางคณิตศาสตร์ คือ การที่ครูให้นักศึกษาค้นพบแล้วสรุปข้อค้นพบที่ได้และกำหนดสัญลักษณ์หรือฟังก์ชันต่าง ๆ ของแต่ละการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 5 การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ คือ การที่ครูให้นักศึกษาเขียนแนวคิดที่ได้โดยใช้สัญลักษณ์หรือฟังก์ชันต่าง ๆ ซึ่งขึ้นอยู่กับโครงสร้างของแต่ละการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ระยะที่ 3 ระยะการฝึกแนวคิด มี 1 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 6 การแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ คือ การที่ครูให้นักศึกษาฝึกใช้

สัญลักษณ์หรือฟังก์ชันต่าง ๆ ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. แบบทดสอบก่อนและหลังเรียน เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ ในวิชาแคลคูลัส 1 เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ คะแนนเต็ม 32 คะแนน โดยแบบทดสอบเรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ มีค่าความตรงเชิงเนื้อหาอยู่ระหว่าง 0.67 – 1.00 ค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.50 – 0.80 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.38 – 0.63 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.87 สามารถนำไปทดสอบได้

2. การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ปฐมนิเทศนักศึกษา ชั้นปวส. 1 แผนกช่างอิเล็กทรอนิกส์ที่เป็นผู้เข้าร่วมวิจัย เกี่ยวกับขั้นตอนกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ตลอดจนชี้แจงบทบาทครู บทบาทนักศึกษาในการเรียน วิธีการวัดและประเมินผล

2. ดำเนินการทดสอบก่อนการจัดการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3. ดำเนินการจัดการเรียนรู้กับนักศึกษาที่เป็นผู้เข้าร่วมวิจัยตามชั่วโมงสอนปกติของวิทยาลัย โดยใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 12 ชั่วโมง

4. ดำเนินการทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

5. ดำเนินการทดสอบวัดความคงทนหลังดำเนินการทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้ครั้งแรกโดยเว้นช่วงเวลา 2 สัปดาห์ โดยใช้แบบทดสอบฉบับเดียวกับการทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้

6. นำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล คำนวณเป็นร้อยละของกลุ่มนักศึกษาในแต่ละระดับ แล้วรายงานผลในรูปของความถี่ ร้อยละ และความเรียง

3. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ย (mean) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation)

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ ได้แก่ ค่าดัชนีความสอดคล้อง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอัตนัย

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ แปรปรวน โดยใช้สถิติการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบวัดซ้ำ Repeated Measure ANOVA และ การทดสอบความแตกต่างเป็นรายคู่ด้วยวิธีของ Fisher's Least Significant Difference (LSD)

ผลการศึกษา

จากการวิเคราะห์ข้อมูล สามารถสรุปผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยได้ดังนี้

1. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนกับหลังเรียน

ตารางที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนกับหลังเรียน

การทดสอบ	n	คะแนนเต็ม	$\bar{x}$	S	$\overline{D}$	S_D	t	df	p (1-tailed)
ก่อนเรียน	24	32	2.13	1.42	19.88	6.02	16.163*	23	0.000
หลังเรียน	24	32	22.00	6.30					

*p< 0.05

จากตารางที่ 1 พบว่า ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนกับหลังเรียน มีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน เท่ากับ 2.13 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.42 และมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 22.00 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.30 เมื่อเปรียบเทียบระหว่างคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียน พบว่า คะแนนหลังเรียนของนักศึกษาสูงกว่าคะแนนก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ หลังเรียนโดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน

2. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ตารางที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม (20 คะแนน จากคะแนนเต็ม 32 คะแนน)

การทดสอบ	n	คะแนนเต็ม	$\bar{x}$	S	t	p (1-tailed)
หลังการเรียน	24	32	22.00	6.30	2.178*	0.02

*p< 0.05

จากตารางที่ 2 พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียน เท่ากับ 22.00 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.30 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้อง

กับสมมติฐานที่ว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ หลังเรียนโดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

3. การศึกษาความคงทนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ตารางที่ 3 ผลการศึกษาความคงทนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

การทดสอบ	n	คะแนนเต็ม	*Min*	*Max*	$\overline{X}$	S
ก่อนเรียน	24	32	0	6	2.13	1.42
หลังการเรียน	24	32	7	30	22.00	6.30
สอบวัดความคงทน	24	32	5	32	23.67	7.49

จากตารางที่ 3 พบว่า นักศึกษาที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ผ่านไป 2 สัปดาห์แล้วทำการทดสอบนักศึกษาอีกครั้ง นักศึกษามีคะแนนเฉลี่ย เท่ากับ 23.67 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 7.49 คะแนนสูงสุด เท่ากับ 32 คะแนน คะแนนต่ำสุด เท่ากับ 5 คะแนน ดังนั้นจึงนำมาวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวเพื่อศึกษาความแตกต่างของค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบเกี่ยวข้องกัน (Repeated Measure ANOVA) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ก่อนเรียน หลังเรียน และความคงทน

แหล่งความแปรปรวน	*SS*	*df*	*MS*	*F*	*p*
ระหว่างกลุ่ม	6894.694	1.234	5585.555	213.150*	.000
ภายในกลุ่ม	2249.958	28.391	26.205		
รวม	9144.653	29.625			

* $p < 0.05$

จากตารางที่ 4 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ก่อนเรียน หลังเรียน และความคงทน มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เมื่อพบความแตกต่างแสดงว่า คะแนนมีอย่างน้อยหนึ่งคู่ที่แตกต่างกัน ดังนั้นผู้วิจัยจึงทำการทดสอบความแตกต่างเป็นรายคู่ด้วยวิธีของ LSD ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงระหว่างคะแนนก่อนเรียน หลังเรียน และความคงทน วิธีการทดสอบ LSD

คะแนน	คะแนน	ผลต่างของค่าเฉลี่ย	ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน	p
ก่อนเรียน	หลังเรียน	-19.875*	1.307	.000
	ความคงทน	-21.542*	1.223	
หลังเรียน	ความคงทน	-1.667	2.233	.569

* $p < 0.05$

จากตารางที่ 5 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยเฉลี่ยของคะแนนในการทดสอบหลังเรียนกับคะแนนการทดสอบวัดความคงทนไม่แตกต่างกัน แต่คะแนนในการทดสอบก่อนเรียนกับคะแนนหลังเรียน และคะแนนการทดสอบวัดความคงทนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคงทน เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง วิทยาลัยเทคนิคอุทัยธานี ผู้วิจัยสามารถนำมาอภิปรายผลได้ดัง

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนกับหลังเรียน พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของ สายพิณ ลำเลิศ (2558) ที่ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นม.3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่า

ก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้องกับ ไพรจิตร บุญธิมา (2562) ที่ศึกษาการศึกษามโนทัศน์และความคงทนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง เซต ของนักเรียนชั้นม.4 โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับคำถามปลายเปิด พบว่า ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ของนักเรียนนักเรียนชั้นม.4 โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับคำถามปลายเปิด หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยยะสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับ Hidayat et al. (2021) ได้ทำงานวิจัย เรื่อง การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้ม ในการประยุกต์ใช้อนุพันธ์ โดยการวิจัยครั้งนี้เป็นการออกแบบการเรียนรู้เป็นหนึ่งในปัจจัยที่สนับสนุนกระบวนการเรียนรู้เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์การเรียนรู้ในทุกวิชารวมถึงคณิตศาสตร์ ครูสามารถใช้แนวทางหลายอย่างในการออกแบบการเรียนรู้ หนึ่งในนั้น คือ กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้ม กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มเน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้นในการสร้างความรู้ของตนเองผ่านการใช้เครื่องมือทางจิตวิทยาและการเป็นสื่อกลาง วิจัยนี้รายงานชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ออกแบบผ่านการศึกษาเชิงพัฒนาโดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้ม ในหัวข้อการประยุกต์ใช้อนุพันธ์ ผู้เข้าร่วมการวิจัยนี้เป็นนักเรียนชั้นม.5 จำนวน 26 คน จากโรงเรียนมัธยมศึกษาเอกชนแห่งหนึ่ง การเก็บรวบรวมข้อมูลทำผ่านการทดสอบและการสังเกตในชั้นเรียน เครื่องมือวิจัยประกอบด้วยแบบฝึกหัดสำหรับนักเรียนและแบบสังเกต ในกระบวนการเรียนรู้ นักเรียนใช้เครื่องมือทางจิตวิทยาเพื่อเชื่อมโยงความรู้เดิมกับเนื้อหาที่กำลังศึกษา ทำให้นักเรียนสามารถสร้างความรู้ของตนเองได้อย่างละเอียดถี่ถ้วนมากขึ้น การเป็นสื่อกลางที่ดำเนินการโดยครู นักเรียนสามารถมีสมาธิมากขึ้นและเข้าใจเนื้อหาแต่ละส่วนได้ดี รวมทั้งสามารถแก้ไขข้อผิดพลาดทางแนวคิดได้ การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มในการประยุกต์ใช้อนุพันธ์สามารถเป็นทางเลือกในการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ ทั้งนี้อาจเป็นผลมาจาก การจัดกิจกรรมการเรียนโดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้ม RMT และใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นตัวเสริมการจัดการเรียนรู้ จึงทำให้นักศึกษาสามารถพัฒนาทักษะการวิเคราะห์และวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างมีระบบ ทำให้สามารถจัดการกับปัญหาที่ซับซ้อนได้อย่างมีประสิทธิภาพ และกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มเน้นการทำความเข้าใจแนวคิดคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้ง ทำให้นักศึกษาไม่เพียงแค่จดจำสูตรหรือวิธีการ แต่ยังเข้าใจเหตุผลในการเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้เหมาสมกับการแก้ปัญหานั้น ๆ จึงสามารถใช้ความรู้นี้ในสถานการณ์ที่หลากหลายได้

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 60 พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐาน ซึ่งสอดคล้องกับ ไพรินทร์ ชุมคำน้อย (2563) ได้ศึกษาความสามารถในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงของนักเรียนชั้นม.1 พบว่าการเปรียบเทียบความสามารถในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริง เรื่องจำนวนเต็ม ของนักเรียนชั้นม.1 พบว่าสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้อง

กับ คณาธิป นรสิงห์ (2564) ได้ศึกษากระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนมากกว่าร้อยละ 65 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับ Chan (2009) ได้ศึกษาการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาในห้องเรียนคณิตศาสตร์ของประเทศสิงคโปร์ และพบว่านักเรียนที่มีความสามารถสูงจากสองโรงเรียนแสดงพัฒนาการที่ดีในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ แม้จะเป็นการเรียนรู้ครั้งแรกและต้องเผชิญกับโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน นักเรียนสามารถสร้างความเชื่อมโยงระหว่างตัวแปรกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิม สามารถตีความคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งนำไปสู่ความคาดหวังและการมองเห็นความสำเร็จที่รออยู่ พวกเขาแสดงให้เห็นถึงความสามารถในการหาคำตอบที่เป็นตัวแบบระหว่างกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และมีการพัฒนาความคิดเชิงคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบในขั้นสุดท้ายจากการวิเคราะห์โปรโตคอลพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างดี และสามารถประยุกต์ใช้ความรู้จากหลักสูตรในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนในชีวิตประจำวัน นอกจากนี้ นักเรียนยังพัฒนาความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับทักษะการนำเสนอ ซึ่งถือเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้ของนักเรียนต่อไป ทั้งนี้เนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มเป็นกระบวนการทางสติปัญญา ที่ขับเคลื่อนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ผ่านการทำงานของนักศึกษาอย่างเข้มข้น ที่โดยมีครูเป็นสื่อกลางโดยพัฒนาสติปัญญาของนักศึกษาจากการให้นักศึกษาสังเกตความสัมพันธ์บนพื้นฐานความคิดของตนเองแล้วแสดงความคิดใหม่ออกมาเพื่อให้เกิดการพัฒนาความคิดของนักศึกษาให้มีระดับสูงขึ้น และการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่หมายถึงสิ่งที่ใช้อธิบายสถานการณ์ที่เกิดขึ้นให้อยู่ในรูปของสมการคณิตศาสตร์

3. ผลของการศึกษาความคงทนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ พบว่า นักศึกษากลุ่มทดลองมีจำนวน 24 คน หลังจากจัดการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ผ่านไป 2 สัปดาห์แล้วทำการทดสอบนักศึกษา ตามที่ Nunnally (1959) ได้กล่าวถึง การวัดความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จะต้องต้องใช้ระยะเวลา ในการวัดความคงทนในการเรียนเพื่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนต่าง ๆน้อยลงควรเว้นช่วงเวลาในการสอบห่างกันอย่างน้อยสองสัปดาห์เพราะความเคยชินในการทำแบบทดสอบจะทำให้ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนทั้งสองครั้งสูง พบว่า นักศึกษามีความสามารถในการจดจำหรือระลึกถึงสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปหลังจากสิ้นสุดการเรียนไปแล้ว 2 สัปดาห์ หรือกล่าวได้ว่านักศึกษามีความคงทนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ประยุกต์อนุพันธ์ โดยเฉลี่ยของคะแนนในการทดสอบหลังเรียนกับคะแนนการทดสอบวัดความคงทนไม่แตกต่างกัน แต่คะแนนในการทดสอบก่อนเรียนกับคะแนนการทดสอบวัดความคงทนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสะท้อนให้เห็นว่ากระบวนการจัดการเรียนรู้ที่นำมาใช้สามารถส่งเสริมให้นักศึกษามีความสามารถในการจดจำและระลึกถึงองค์ความรู้และทักษะที่ได้เรียนรู้ไปแล้วได้อย่างมีประสิทธิภาพ อันเป็นคุณลักษณะสำคัญของความคงทนในการเรียนรู้ ตามที่กานดา จีนสุก

แสง (2562) ได้กล่าวว่า ความคงทนในการเรียนรู้ คือความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ได้เรียนรู้ หรือประสบการณ์ที่เคยได้เรียนรู้มาก่อน หลังจากที่ช่วงระยะเวลาไว้ช่วงหนึ่ง แล้วยังสามารถคุมความรู้ หรือนำประสบการณ์นั้นมาใช้ได้ และกฤษฎา นรินทร์ (2561) ได้อธิบายความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการจำหรือระลึกถึงสิ่งที่ได้เรียนรู้และประสบการณ์ที่เคยได้รับมาก่อน เมื่อผ่านไปช่วงระยะเวลาหนึ่งก็ยังสามารถเอาความรู้หรือประสบการณ์นั้นมาใช้ได้ ความคงทนของความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏขึ้นนี้ สามารถอธิบายได้จากปัจจัยสำคัญหลายประการที่ผสานกันภายในกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ออกแบบไว้ เนื่องจากกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้ม (RMT) มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการสร้างองค์ความรู้ที่มีความหมายและคงทน กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มไม่ได้มุ่งเน้นเพียงการถ่ายทอดเนื้อหาแต่ยังส่งเสริมให้นักศึกษาได้สร้างและพัฒนาแนวคิดของตนเองอย่างเป็นระบบ ผ่านขั้นตอนที่เข้มข้นของการสังเกต การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแนวคิดพื้นฐาน การสะท้อนความคิด และการพัฒนาความคิดไปสู่ระดับที่สูงขึ้น ซึ่งเป็นการกระตุ้นให้เกิด การสร้างความเข้าใจเชิงลึก โดยสรุป การจัดการเรียนรู้ที่บูรณาการกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ได้พิสูจน์แล้วว่ามีประสิทธิผลอย่างยิ่งในการไม่เพียงแต่ยกระดับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาเท่านั้น แต่ยังเป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งเสริมให้เกิดความคงทนของความรู้และทักษะดังกล่าว อันจะเป็นรากฐานอันแข็งแกร่งสำหรับการเรียนรู้ตลอดชีวิตและการเตรียมพร้อมสำหรับการประกอบอาชีพในอนาคตที่ต้องเผชิญกับปัญหาและความท้าทายที่ซับซ้อน

ข้อเสนอแนะ

ผลจากการศึกษาครั้งนี้มีข้อเสนอแนะในการนำไปใช้และข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป ดังนี้

1. ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

ครูผู้สอนควรนำแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ไปใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ครบถ้วน โดยเฉพาะขั้นที่ 5 การค้นพบและกำหนดแนวคิดทางคณิตศาสตร์ คือ การที่ครูให้นักศึกษาค้นพบแล้วสรุปข้อค้นพบที่ได้และกำหนดสัญลักษณ์หรือฟังก์ชันต่าง ๆ ของแต่ละการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาที่ดียิ่งขึ้น

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

ครูควรใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มร่วมกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ไปใช้ในการเรียนการสอนอย่างต่อเนื่องในเรื่องที่เหมาะสม เพราะกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มเป็นวิธีการที่ทำให้นักศึกษาจัดเรียงข้อมูลอย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยดีเพราะได้รับความอนุเคราะห์ให้คำปรึกษาเป็นอย่างดียิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วันชัย ตาปัญโญ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อารีรัตน์ อรุณชัย ที่ได้ให้คำปรึกษาแนะนำแก้ไขปรับปรุงข้อบกพร่อง รวมทั้งให้คำแนะนำองค์ความรู้แนวทางในการศึกษาค้นคว้ามาโดยตลอด ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณผู้เชี่ยวชาญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เขมมิกา อารมณ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ บุญญฤทธิ์ เงินคำและ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พรรณราย เทียมทัน ที่กรุณาตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดียิ่ง

ผู้วิจัยมีความซาบซึ้งในความกรุณาของทุกท่านที่ได้กล่าวถึงและผู้ที่ไม่ได้เอ่ยนามในที่นี้ได้มีส่วนช่วยเหลือในการสนับสนุนให้กำลังใจด้วยดีตลอดมา จึงขอกราบขอบพระคุณท่านด้วยความจริงใจ และขอมอบคุณประโยชน์อันเกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นกตเวทิตาคุณแด่บิดา มารดา ครู อาจารย์ และผู้เกี่ยวข้องทุกท่านที่ให้การสนับสนุนและเป็นกำลังใจด้วยดีเสมอมา ขอน้อมคารวะแด่ผู้เขียนตำราวิชาการที่ได้ศึกษาค้นคว้าและใช้อ้างอิงทุกท่าน

เอกสารอ้างอิง

กฤษฎา นรินทร์. (2561). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์Nและความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง โดยใช้การจัดการเรียนรู้ที่เน้นมโนทัศน์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนขยายโอกาสจังหวัดอุดรธานี* [วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต]. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

กานดา จีนสุกแสง. (2562). *ผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษา* [วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต]. มหาวิทยาลัยศิลปากร.

คณาธิป นรสิงห์. (2564). *กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา* [วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต]. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). *คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย*. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ.

สายพิณ ล้ำเลิศ. (2558). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3* [วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต]. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สำนักมาตรฐานการอาชีวศึกษาและวิชาชีพ. (2567). *หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง พุทธศักราช 2567*. สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ.

ไพรจิตร บุญธิมา. (2562). *การศึกษามโนทัศน์และความคงทนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเข้ม (RMT) ร่วมกับคำถามปลายเปิด* [วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต]. มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา.

ไพรินทร์ ชุมคำน้อย. (2563). *การศึกษาความสามารถในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1* [วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต]. มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

Chan, E. C. M. (2009). Mathematical modelling as problem solving for children in the Singapore mathematics classrooms. *Journal of Science and Mathematics Education Southeast Asia, 32*(1), 36–61. http://www.recsam.edu.my/sub_jsmesea/images/journals/YEAR2009/june2009vol1/36-61.pdf

Hidayat, D., et al. (2021). Design of learning activities using rigorous mathematical thinking (RMT) approach in application of derivatives. *International Journal of Recent Educational Research, 2*(1), 111–120. https://journal.ia-education.com/index.php/ijorer/article/view/75/38

Nunnally, J. C. (1959). *Test and measurements*. McGraw-Hill Book Company.