ISSN: 3027-8597 (Online)

JMND
Journal of MCU NakhonDhat
วารสารมหาจุฬานาครทรรศน์

ปีที่ 13 ฉบับที่ 7 (กรกฎาคม 2569) : Vol.13 No.7 (July 2026)
https://so03.tci-thaijo.org/index.php/JMND
pp: 88-101

บทความวิจัย

การพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม*

ENHANCING MATHEMATICAL LITERACY OF GRADE 9 STUDENTS THROUGH LEARNING ACTIVITIES BASED ON MATHEMATICAL MODELING ON PYRAMIDS, CONES, AND SPHERES

ชญานนท์ รัตนบูลย์*, ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์, สกล ตั้งเก้าสกุล
Chayanon Rattanaboon*, Chanisvara Lertamornpong, Sakon Tangkawsakul
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ กรุงเทพมหานคร ประเทศไทย
Faculty of Education, Kasetsart University, Bangkok, Thailand
*Corresponding author E-mail: chayanon.ratt@ku.th
*Tel: 098-212-4425

บทคัดย่อ

บทความวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาแนวทางในการจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์และ 2) ศึกษาพัฒนาการของความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ระหว่างการจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนขนาดใหญ่แห่งหนึ่งในกรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2568 จำนวน 40 คน ใช้การเลือกแบบเจาะจงและใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบวัดความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณใช้ความถี่ ร้อยละ และการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหา ผลการวิจัยพบว่า 1) แนวทางในการจัดการเรียนรู้ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนเรียนรู้ผ่านสถานการณ์ปัญหาที่ใกล้ตัวและสอดคล้องกับชีวิตประจำวัน โดยส่งเสริมให้ทำความเข้าใจปัญหา คัดเลือกข้อมูลสำคัญ สร้างความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ และเลือกใช้กระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งตรวจสอบ และแปลความหมายของผลลัพธ์ให้สอดคล้องกับบริบทของสถานการณ์ รวมทั้งแลกเปลี่ยนแนวคิดผ่านการนำเสนอผลลัพธ์ ซึ่งจะช่วยส่งเสริมการคิดวิเคราะห์ การประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ และ 2) นักเรียนมีพัฒนาการด้านความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง โดยส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมากเมื่อพิจารณาตามองค์ประกอบของความฉลาดรู้ พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการด้านการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 65 รองลงมา คือ ด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา คิดเป็นร้อยละ 57.5 และด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 42.5 ตามลำดับ

คำสำคัญ: ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์, การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์, พีระมิด กรวย และทรงกลม

*Received May 19, 2026; Revised June 16, 2026; Accepted June 26, 2026

Abstract

The purposes of this research article were to: 1) Investigate instructional guidelines for enhancing mathematical literacy through mathematical modeling activities, and 2) Examine the development of mathematical literacy during the implementation of learning management through mathematical modeling activities on the topics of pyramids, cones, and spheres. The target group consisted of 40 ninth-grade students from a large secondary school in Bangkok during the 2025 academic year, selected by purposive sampling. The study employed an action research design. The research instruments included mathematics lesson plans, a mathematical literacy assessment, and an interview form on mathematical literacy. Quantitative data were analyzed using frequency and percentage, while qualitative data were analyzed through content analysis. The findings revealed that: 1) Learning management should provide students with opportunities to learn through real-life and familiar problem situations in order to connect mathematical knowledge with everyday experiences. Such learning activities encouraged students to understand problems, identify relevant information, construct mathematical relationships, select appropriate problem-solving processes, and interpret results in relation to the context of the situation. In addition, presenting and exchanging ideas helped promote students' analytical thinking, reasoning, and application of mathematical knowledge in real-life problem-solving and 2) Students demonstrated continuous development in mathematical literacy, with the majority reaching a very good level. Considering the components of mathematical literacy, students showed the highest development was found in mathematizing (65.0%), followed by employing mathematical concepts, procedures, and reasoning to solve problems (57.5%), and interpreting and evaluating mathematical outcomes (42.5%), respectively.

Keywords: Mathematical Literacy, Mathematical Modeling, Pyramids Cones and Spheres

บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีบทบาทสำคัญต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์ เนื่องจากเป็นเครื่องมือในการพัฒนากระบวนการคิดอย่างมีเหตุผล การทำงานอย่างเป็นระบบ ตลอดจนการสร้างสรรค์แนวคิดใหม่ซึ่งล้วนเป็นทักษะจำเป็นต่อการคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่หลากหลายได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554) นอกจากนี้ คณิตศาสตร์เป็นรากฐานของการพัฒนาองค์ความรู้ เทคโนโลยี และนวัตกรรมในศาสตร์แขนงต่าง ๆ ซึ่งมีบทบาทต่อการพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมในระยะยาว (อัมพร ม้าคนอง, 2557) ด้วยเหตุนี้ทำให้คณิตศาสตร์เป็นวิชาพื้นฐานที่มุ่งพัฒนานักเรียนทั้งในด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ และเจตคติที่เหมาะสม ให้สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการทำความเข้าใจสถานการณ์และแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

แม้ว่าการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะมุ่งพัฒนาศักยภาพของนักเรียน แต่ผลการจัดการศึกษาของประเทศไทยยังไม่เป็นไปตามเป้าหมาย โดยสะท้อนจากผลการประเมิน PISA ที่พบว่า นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยด้านคณิตศาสตร์ต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของประเทศสมาชิก มีแนวโน้มลดลงอย่างต่อเนื่อง ชี้ให้เห็นว่านักเรียนจำนวนมากยังขาดความสามารถในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์และตัดสินใจในสถานการณ์ในชีวิตจริงอย่างมีเหตุผล (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2566) โดยเฉพาะในรายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม ซึ่งนักเรียนขาดความสามารถในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในบริบทโลกจริง

แม้จะสามารถมองเห็นลักษณะของรูปร่างและรูปทรงของสิ่งต่าง ๆ ได้ก็ตาม นอกจากนี้ นักเรียนส่วนใหญ่ยังคงเน้นการท่องจำสูตรเป็นหลัก ส่งผลให้ไม่สามารถนำสูตรเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนหรือเชื่อมโยงกับสถานการณ์จริงได้ (ชลธาร ผ่องแผ้ว, 2565)

จากประสบการณ์ของผู้วิจัยที่ได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้และให้นักเรียนทำแบบทดสอบ เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่นั้นยังไม่สามารถนำความรู้เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลมไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์หรือบริบทในชีวิตจริงได้อย่างเหมาะสม แม้ว่าเนื้อหาดังกล่าวจะเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่สามารถพบเห็นได้ทั่วไปในชีวิตประจำวัน ทั้งนี้ เนื่องจากขาดความเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหา การเชื่อมโยงข้อมูล และการเลือกใช้ตัวแปรอย่างเป็นระบบ ส่งผลให้การวิเคราะห์สถานการณ์ยังไม่มีประสิทธิภาพ ดังนั้น จึงจำเป็นต้องพัฒนาการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์จริงอย่างมีความหมาย แนวทางหนึ่งที่ได้รับการยอมรับอย่างแพร่หลาย คือ การจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Modeling) ซึ่งเป็นกระบวนการที่เปิดโอกาสให้นักเรียนเชื่อมโยงบริบทโลกจริงกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ผ่านขั้นตอนการทำความเข้าใจสถานการณ์ การสร้างแบบจำลอง การแก้ปัญหา และการตีความผลลัพธ์ (Blum, W. & Borromeo Ferri, R., 2009); (Bliss, K. M. et al., 2014) แนวทางนี้สอดคล้องกับกรอบแนวคิดของ PISA ให้ความสำคัญกับการใช้คณิตศาสตร์ในบริบทจริงผ่านกระบวนการแปลงสถานการณ์ การดำเนินการ และการตีความผลลัพธ์ (OECD, 2019) อีกทั้งผลของการวิจัยทั้งในและต่างประเทศสนับสนุนว่า การจัดการเรียนรู้ผ่านการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีส่วนช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา การคิดวิเคราะห์และความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างเป็นรูปธรรม ดังผลการวิจัยของ ณัฐดนัย โสทะ พบว่า การจัดการเรียนรู้ที่เริ่มต้นจากสถานการณ์ใกล้ตัวและเปิดโอกาสให้นักเรียนอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ช่วยให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาและเชื่อมโยงความรู้กับบริบทชีวิตจริงได้ดียิ่งขึ้น (ณัฐดนัย โสทะ, 2563) ในขณะที่ คณาธิป นรสิงห์ กล่าวว่า กระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความสามารถในการแปลงสถานการณ์จริงเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ เลือกใช้แนวคิดและวิธีการที่เหมาะสม ตลอดจนการตีความและอธิบายผลลัพธ์ให้สอดคล้องกับบริบทของสถานการณ์ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ (คณาธิป นรสิงห์, 2564) ในขณะที่ สมชาย โพธิจาทุม ชี้ให้เห็นว่า การบูรณาการกระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ควบคู่กับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะช่วยส่งเสริมพฤติกรรมความฉลาดรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง โดยเฉพาะในด้านการแปลงสถานการณ์และการประเมินความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ (สมชาย โพธิจาทุม, 2564) นอกจากนี้ ผลการวิจัยจากต่างประเทศให้ข้อค้นพบในทำนองเดียวกัน โดยระบุว่าการจัดการเรียนรู้ผ่านการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความสามารถในการใช้เหตุผล การแก้ปัญหา และการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในบริบทของชีวิตจริง รวมถึงการพัฒนาทักษะทางสังคมควบคู่ไปกับการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ (Asempapa, R. S., 2015); (Stohlmann, M. S., 2017); (Armutcu, Y. & Bal, A. P., 2022)

ด้วยเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาการพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม ซึ่งเน้นการเชื่อมโยงความรู้กับสถานการณ์ในชีวิตจริง โดยประยุกต์กรอบแนวคิดของ Bliss, K. M. et al. ที่มุ่งเน้นกระบวนการแปลงสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงให้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้น ตั้งแต่การทำความเข้าใจปัญหา การกำหนดข้อตกลงเบื้องต้น การสร้างความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการแก้ปัญหา การตรวจสอบและแปลความหมายผลลัพธ์ จนถึงการสื่อสารผลลัพธ์ (Bliss, K. M. et al., 2014) ซึ่งเป็นกรอบที่มีลำดับขั้นตอนของการสร้างแบบจำลองอย่างชัดเจนและเอื้อต่อการใช้คำถามชี้นำเพื่อสนับสนุนการคิดของผู้เรียน เพื่อส่งเสริมกระบวนการคิดและการประยุกต์ใช้ความรู้ ทั้งนี้ คาดว่าจะเป็นแนวทางในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยยกระดับความฉลาดรู้ การคิดวิเคราะห์ และความสามารถในการแก้ปัญหาในบริบทจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาแนวทางในการจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม ที่พัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยนี้ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการโดยมีรายละเอียด ดังนี้

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คน จากโรงเรียนขนาดใหญ่แห่งหนึ่งในกรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2568 ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง เนื่องจากเป็นห้องเรียนที่มีนักเรียนคละความสามารถและเป็นห้องเรียนที่ผู้วิจัยได้รับมอบหมายให้จัดการเรียนรู้

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยและการหาคุณภาพเครื่องมือ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม โดยใช้การจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยประยุกต์กรอบแนวคิดของ Bliss, K. M. et al. ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนใช้กระบวนการแปลงสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงให้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ ผ่านการทำความเข้าใจปัญหา การกำหนดข้อตกลงเบื้องต้น การสร้างความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการแก้ปัญหา การตรวจสอบและแปลความหมายผลลัพธ์ และการสื่อสารผลลัพธ์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบและเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง (Bliss, K. M. et al., 2014) จำนวน 9 แผน (แผนการเรียนละ 50 นาที) แต่ละแผนมีรายละเอียด ดังนี้ 1) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นเตรียมความพร้อมของนักเรียน โดยการทบทวนความรู้พื้นฐานและกระตุ้นความสนใจผ่านการอภิปรายสถานการณ์หรือภาพจากชีวิตประจำวัน 2) ขั้นสอน เป็นขั้นที่ให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูล สร้างข้อตกลงเบื้องต้นและแปลงสถานการณ์เป็นรูปแบบทางคณิตศาสตร์ด้วยสัญลักษณ์ ตัวแปรหรือความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้อง จากนั้นใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นในการคำนวณและอธิบายผลลัพธ์กลับสู่บริบทโลกจริง และ 3) ขั้นสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปองค์ความรู้ที่ได้ ประเมินความถูกต้องและข้อจำกัดของแบบจำลอง พร้อมทั้งประยุกต์ใช้ในบริบทอื่นที่ใกล้เคียง ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวได้รับการประเมินคุณภาพและความเหมาะสมโดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน โดยใช้แบบประเมินคุณภาพแผนการจัดการเรียนรู้แบบมาตรประมาณค่า 5 ระดับ ผลการประเมิน พบว่า มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.89 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.05 คะแนน แสดงให้เห็นว่าแผนการจัดการเรียนรู้อยู่ในระดับเหมาะสม โดยผู้วิจัยได้นำเสนอตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้พร้อมทั้งข้อมูลเพื่อสนับสนุนการเรียนรู้ของผู้เรียน

2. แบบวัดความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม เป็นแบบอัตนัยสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 ฉบับ โดยแต่ละฉบับ ประกอบด้วย สถานการณ์ปัญหา 1 สถานการณ์ แบ่งเป็นปัญหาหลัก 1 ข้อ และปัญหาย่อย 5 ข้อ ครอบคลุมเนื้อหาเรื่องพีระมิด กรวย และทรงกลม เกณฑ์การให้คะแนนจำแนกตามองค์ประกอบของความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ 3 องค์ประกอบ ได้แก่ การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการตีความและประเมินผลลัพธ์ กำหนดคะแนนองค์ประกอบละ 4 คะแนน รวมทั้งสิ้น 12 คะแนน แบบวัดดังกล่าวได้รับการตรวจสอบโดยผู้เชี่ยวชาญ และผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์การวัด (IOC) พบว่า ทุกข้อคำถามมีค่าเท่ากับ 1.00 แสดงว่าข้อคำถามมีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์และองค์ประกอบของความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด

3. แบบสัมภาษณ์ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่พัฒนาขึ้นเพื่อรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับประสบการณ์การเรียนรู้แนวคิด วิธีการให้เหตุผล และมุมมองของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยข้อคำถามแบบกึ่งโครงสร้าง (Semi-structured Interview) จำนวน 10 ข้อ โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสัมภาษณ์และบันทึกข้อมูล เพื่อทำความเข้าใจแนวคิด วิธีการให้เหตุผล และมุมมองของนักเรียน ข้อมูลที่ได้ถูกนำไปใช้ปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมยิ่งขึ้น ทั้งนี้ เครื่องมือได้รับการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของข้อคำถาม รวมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงภาษาและเนื้อหาให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย ผลการประเมิน พบว่า แบบสัมภาษณ์มีความเหมาะสมสำหรับใช้เก็บรวบรวมข้อมูล และผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญก่อนนำไปใช้ในการวิจัย

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ได้ใช้เวลา รวมทั้งสิ้น 12 คาบ (คาบละ 50 นาที) แบ่งเป็นการจัดการเรียนรู้ 9 คาบ และการทดสอบวัดความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ 3 คาบ โดยดำเนินการตามรูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) จำนวน 3 วงจร แต่ละวงจร ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ การวางแผน (Plan) การปฏิบัติการ (Act) การสังเกต (Observe) และการสะท้อนผล (Reflect) โดยมีรายละเอียดการดำเนินการ ดังนี้

1. การดำเนินการจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2568 ดำเนินการรวมทั้งสิ้น 9 คาบ คาบละ 50 นาที ภายใต้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการ 3 วงจร ได้แก่ วงจรปฏิบัติการที่ 1 เรื่อง พีระมิด (แผนการเรียนที่ 1 - 3) วงจรปฏิบัติการที่ 2 เรื่อง กรวย (แผนการเรียนที่ 4 - 6) และวงจรปฏิบัติการที่ 3 เรื่อง ทรงกลม (แผนการเรียนที่ 7 - 9) ในแต่ละวงจร ผู้วิจัยดำเนินการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ปฏิบัติการสอน สังเกตพฤติกรรมและเก็บรวบรวมข้อมูลจากการเรียนรู้ของนักเรียน รวมทั้งสัมภาษณ์นักเรียนที่มีลักษณะแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน เพื่อศึกษาแนวคิด ประสบการณ์การเรียนรู้ และวิธีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากนั้นสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้เพื่อนำข้อมูลที่ได้ไปปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ในวงจรถัดไปอย่างต่อเนื่อง

2. เมื่อสิ้นสุดแต่ละวงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยดำเนินการสอบวัดความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ ด้วยแบบวัดความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม ตามลำดับ เพื่อศึกษาพัฒนาการของนักเรียนในแต่ละองค์ประกอบของความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. วิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพจากบันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้ การสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ร่องรอยการแสดงวิธีทำในใบกิจกรรมของนักเรียน ข้อมูลจากการสัมภาษณ์นักเรียนมาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) เพื่อสังเคราะห์แนวทางการจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ ผู้วิจัยตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูล โดยเปรียบเทียบข้อมูลจากหลายแหล่ง ได้แก่ บันทึกหลังสอน การสังเกต ใบกิจกรรม และการสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อยืนยันความสอดคล้องของข้อค้นพบ

2. วิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณจากร่องรอยการแสดงวิธีทำในแบบวัดความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ฉบับ โดยจำแนกตามองค์ประกอบของความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิดของ PISA ได้แก่

ด้านการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์

ด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และ

ด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์

จากนั้นจัดระดับความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์แบ่งตามลักษณะการตอบของนักเรียนเป็น 4 ระดับ ได้แก่ ดีมาก ดีพอใช้ และควรปรับปรุง โดยเปรียบเทียบผลการประเมินทั้ง 3 ครั้ง เพื่อศึกษาพัฒนาการของนักเรียนในแต่ละองค์ประกอบ

ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัยแบ่งออกเป็น 2 ตอน ดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 แนวทางในการจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม ที่พัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

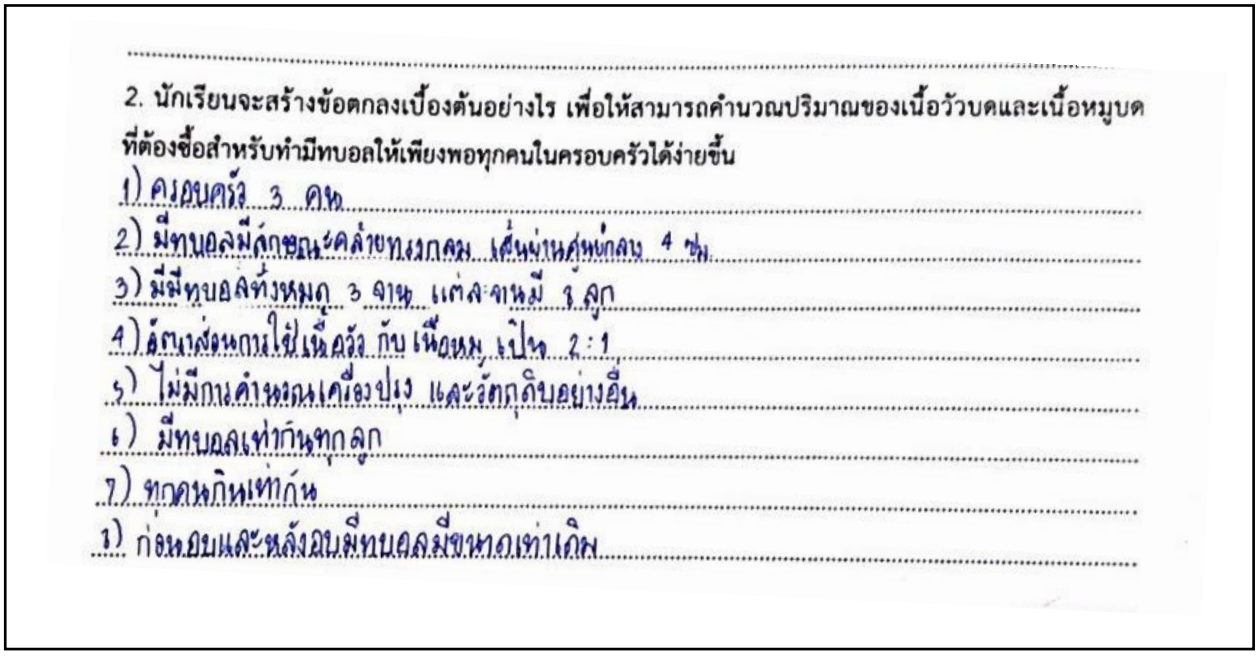
ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากการสัมภาษณ์และการสะท้อนผลในแต่ละวงจรมาวิเคราะห์ เพื่อปรับปรุงและพัฒนาการจัดกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ก่อนการจัดการเรียนรู้ จากการสังเกตพฤติกรรมและบันทึกหลังสอน ผู้วิจัยได้ พบว่า เมื่อนักเรียนเผชิญสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย นักเรียนส่วนใหญ่จะไม่สามารถตีความโจทย์และระบุข้อมูลสำคัญได้ ผู้วิจัยจึงได้ปรับเป็นสถานการณ์ใกล้ตัว เช่น การกดน้ำลงในกรวยกระดาษ เต็นท์วันกีฬาสี พบว่า นักเรียนสามารถอธิบาย อภิปราย และให้เหตุผลได้ดีขึ้น และเมื่อขยายไปสู่สถานการณ์ที่ซับซ้อนขึ้น นักเรียนยังสามารถประยุกต์ใช้แนวคิดไปสู่บริบทที่หลากหลายได้อย่างเหมาะสม

2. ระหว่างการจัดการเรียนรู้ ครูควรติดตามพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างต่อเนื่องและปรับการดำเนินกิจกรรมให้สอดคล้องกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน เพื่อสนับสนุนการพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์อย่างเต็มศักยภาพ โดยครูควรคำนึงถึงประเด็นสำคัญในแต่ละขั้นตอน ดังต่อไปนี้

2.1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา จากการสังเกตพฤติกรรมและบันทึกหลังสอน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถระบุข้อมูลสำคัญจากสถานการณ์ได้ด้วยตนเอง สะท้อนจากพฤติกรรมที่นักเรียนหยุดนิ่งและรอคำชี้แนะจากครูเป็นระยะเวลานานก่อนเริ่มลงมือทำ ผู้วิจัยจึงปรับกิจกรรมโดยให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มและมอบหมายตัวแทนอ่านสถานการณ์พร้อมจดประเด็นสำคัญ ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่จำเป็นได้ครบถ้วนขึ้นและใช้เวลาในขั้นนี้ลดลง โดยครูควรใช้คำถามกระตุ้นความคิดเพื่อช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลกับ ปัญหาที่ต้องการแก้ไขได้อย่างชัดเจน เช่น “เมื่ออ่านสถานการณ์ดังกล่าว นักเรียนพบปัญหาอะไร” “นักเรียนควรทราบข้อมูลใดบ้างเพื่อแก้ปัญหานี้”

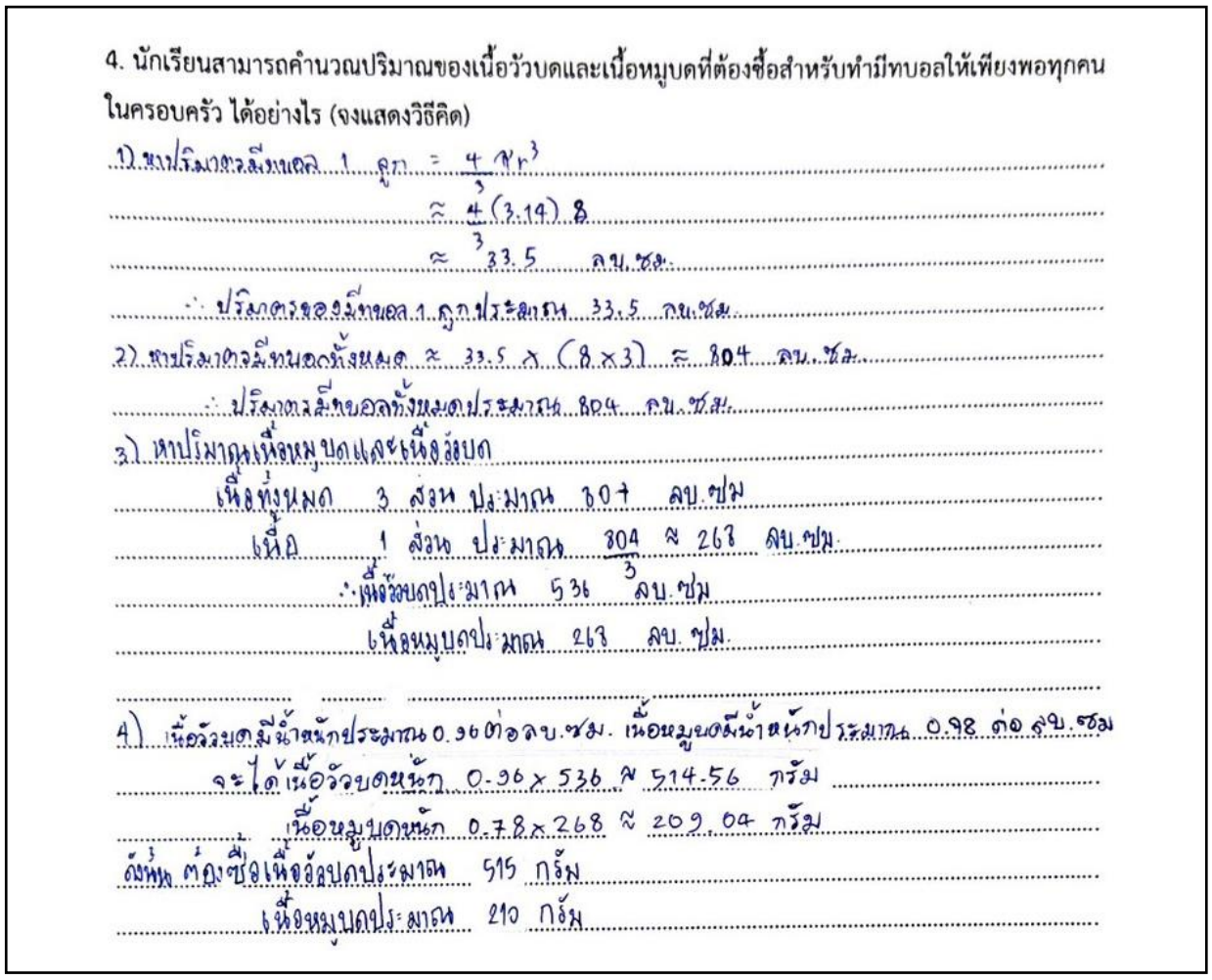
2.2 ขั้นการสร้างข้อตกลงเบื้องต้น จากการตรวจใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนสร้างข้อตกลงเบื้องต้นโดยขาดการอ้างอิงข้อมูลหรือเหตุผลรองรับ บางกลุ่มได้แก้ไขข้อตกลงซ้ำหลายครั้งและสอบถามครูว่า “ผมสามารถกำหนดแบบนี้ได้หรือไม่” ซึ่งได้แสดงให้เห็นว่านักเรียนยังคงขาดความมั่นใจในกระบวนการลดความซับซ้อนของสถานการณ์ ผู้วิจัยจึงปรับการดำเนินกิจกรรมโดยใช้คำถามกระตุ้นและเปิดโอกาสให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลเพื่อคัดเลือกส่วนที่สำคัญต่อการแก้ปัญหา พร้อมให้เหตุผลประกอบเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนตระหนักถึงความจำเป็นของแต่ละข้อตกลง เช่น “หากไม่กำหนดจำนวนคน จะสามารถแก้ปัญหานี้ได้หรือไม่” ผลจากการปรับดังกล่าว พบว่านักเรียนตระหนักถึงความจำเป็นของข้อตกลงได้ชัดเจนขึ้น นักเรียนสามารถคัดเลือกข้อมูลสำคัญได้อย่างครบถ้วนและสร้างข้อตกลงเบื้องต้นได้อย่างมีเหตุผล ดังที่ปรากฏในแนวคิดของนักเรียนในภาพที่ 1 ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนระบุตัวแปรสำคัญ ได้แก่ ขนาดมีทบอล สัดส่วนเนื้อวัวและเนื้อหมู และจำนวนผู้รับประทาน พร้อมให้เหตุผลประกอบแต่ละข้อตกลงได้อย่างสอดคล้องกับสถานการณ์



ภาพที่ 1 ตัวอย่างการแสดงแนวคิดในการสร้างข้อตกลงเบื้องต้นจากสถานการณ์ “Swedish Meatball”

2.3 ขั้นคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ จากการตรวจใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนสามารถแปลงสถานการณ์เป็นรูปแบบทางคณิตศาสตร์ได้เพียงบางส่วน โดยยังเขียนความสัมพันธ์ไม่สมบูรณ์ เช่น สามารถคำนวณปริมาตรมีทบอลได้ แต่ไม่เชื่อมโยงกับจำนวนผู้รับประทานและปริมาณที่ต้องการ อีกทั้งนักเรียนบางกลุ่มยังใช้เวลานานในการปรับแก้แบบจำลอง ผู้วิจัยจึงปรับการดำเนินกิจกรรมโดยใช้คำถามกระตุ้นและเปิดโอกาสให้นักเรียนอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา เช่น “นักเรียนคิดว่าเมนูนี้ 1 จาน ควรมีมีทบอลทั้งหมดกี่ลูก” “จากสูตรการทำมีทบอล พบว่า ใช้เนื้อวัวมากกว่าเนื้อหมู นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีการแบ่งปริมาตรเนื้อวัวและเนื้อหมูให้ถูกต้อง” และ “นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าควรซื้อเนื้อวัวบดทั้งหมดกี่กรัม” ผลจากการปรับดังกล่าว พบว่า นักเรียนสามารถพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ พร้อมทั้งเขียนแนวทางหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบได้อย่างชัดเจนมากยิ่งขึ้น

2.4 ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา จากการตรวจใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนเลือกใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ แต่ยังไม่สามารถเรียบเรียงขั้นตอนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ อีกทั้งยังพบข้อผิดพลาดในการแทนค่า เช่น การเขียนวิธีทำในลักษณะคล้ายกับการทดเลข และการแทนค่าความยาวสันของพีระมิดสลับกับส่วนสูงเอียง เป็นต้น ผู้วิจัยจึงปรับการดำเนินกิจกรรมโดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายเหตุผล ตรวจสอบความถูกต้องของการคำนวณ เช่น “นักเรียนเลือกใช้วิธีการใดในการหาปริมาตรของมีทบอลและเพราะเหตุใด” “เหตุใดนักเรียนจึงจำเป็นต้องหาจำนวนมีทบอลทั้งหมด” ผลจากการปรับดังกล่าว พบว่า นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ มีความรอบคอบ มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น ดังที่ปรากฏในแนวคิดของนักเรียนในภาพที่ 2 ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถเขียนขั้นตอนการคำนวณปริมาณของเนื้อวัวบดและเนื้อหมูบดที่ต้องซื้อสำหรับทำมีทบอลให้เพียงพอสำหรับทุกคนในครอบครัวได้


4. นักเรียนสามารถคำนวณปริมาณของเนื้อวัวบดและเนื้อหมูบดที่ต้องซื้อสำหรับทำมีทบอลให้เพียงพอทุกคน ในครอบครัว ได้อย่างไร (จงแสดงวิธีคิด)

1) หาปริมาตรลูกมีทบอล 1 ลูก = $\frac{4}{3}\pi r^3$
$\approx \frac{4}{3}(3.14)8$
≈ 33.5 ลบ.ซม.
∴ ปริมาตรของมีทบอล 1 ลูก ประมาณ 33.5 ลบ.ซม.

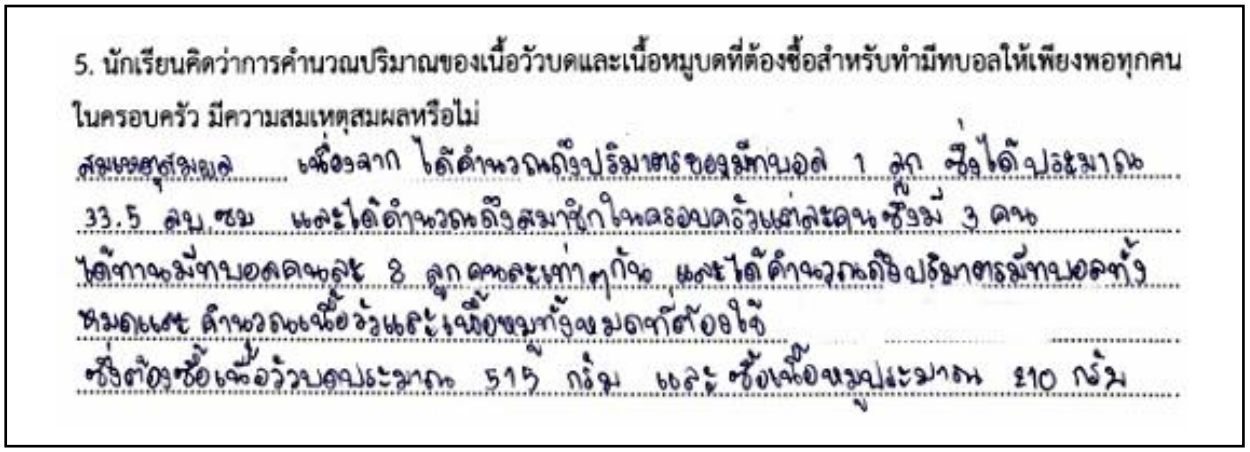
2) หาปริมาตรมีทบอลทั้งหมด $\approx 33.5 \times (8 \times 3) \approx 804$ ลบ.ซม.
∴ ปริมาตรมีทบอลทั้งหมดประมาณ 804 ลบ.ซม.

3) หาปริมาณเนื้อหมูบดและเนื้อวัวบด
เนื้อทั้งหมด 3 ส่วน ประมาณ 804 ลบ.ซม
เนื้อ 1 ส่วน ประมาณ $\frac{804}{3} \approx 268$ ลบ.ซม.
∴ เนื้อวัวบดประมาณ 536 ลบ.ซม
เนื้อหมูบดประมาณ 268 ลบ.ซม.

4) เนื้อวัวบดมีน้ำหนักประมาณ 0.96 ต่อ ลบ.ซม. เนื้อหมูบดมีน้ำหนักประมาณ 0.98 ต่อ ลบ.ซม
จะได้เนื้อวัวบดหนัก $0.96 \times 536 \approx 514.56$ กรัม
เนื้อหมูบดหนัก $0.78 \times 268 \approx 209.04$ กรัม
ดังนั้น ต้องซื้อเนื้อวัวบดประมาณ 515 กรัม
เนื้อหมูบดประมาณ 210 กรัม

ภาพที่ 2 ตัวอย่างการแสดงแนวคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ “Swedish Meatball”

2.5 ขั้นตรวจสอบและแปลความหมาย จากการตรวจใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนได้พิจารณาความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์โดยไม่คำนึงถึงข้อตกลงเบื้องต้นและบริบทของสถานการณ์ เช่น แสดงปริมาณเป็นลูกบาศก์เซนติเมตรแทนหน่วยที่เหมาะสมในชีวิตจริง ผู้วิจัยจึงปรับกิจกรรมโดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาความสอดคล้องระหว่างผลลัพธ์ ข้อตกลง และบริบทของสถานการณ์ เช่น “นักเรียนคิดว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด” “เมื่อนักเรียนไปซื้อเนื้อวัวบดและระบุปริมาณเป็น 536 ลูกบาศก์เซนติเมตร ถือว่าแปลกหรือไม่ เพราะเหตุใด” ผลจากการปรับดังกล่าว พบว่า นักเรียนสามารถอธิบายตีความ เชื่อมโยงผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับสถานการณ์ในบริบทโลกจริงได้ ดังที่ปรากฏในแนวคิดของนักเรียนในภาพที่ 3 ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถเขียนอธิบายว่า การคำนวณปริมาณของเนื้อวัวบดและเนื้อหมูบดที่ต้องซื้อสำหรับทำมีทบอลให้เพียงพอสำหรับทุกคนในครอบครัวมีความสมเหตุสมผล


5. นักเรียนคิดว่าการคำนวณปริมาณของเนื้อวัวบดและเนื้อหมูบดที่ต้องซื้อสำหรับทำมีทบอลให้เพียงพอทุกคนในครอบครัว มีความสมเหตุสมผลหรือไม่

สมเหตุสมผล เพราะ ได้คำนวณถึงปริมาตรของมีทบอล 1 ลูก ซึ่งได้ปริมาณ 33.5 ลบ.ซม และได้คำนวณถึงสมาชิกในครอบครัวแต่ละคน ซึ่งมี 3 คน ได้ทานมีทบอลคนละ 8 ลูก คนละเท่ากัน และได้คำนวณถึงปริมาตรมีทบอลทั้งหมดและคำนวณเนื้อวัวและเนื้อหมูที่จะมอดที่ต้องใช้ ซึ่งต้องซื้อเนื้อวัวบดประมาณ 515 กรัม และซื้อเนื้อหมูประมาณ 210 กรัม

ภาพที่ 3 ตัวอย่างการแสดงแนวคิดในการแปลความหมายจากสถานการณ์ “Swedish Meatball”

2.6 ขั้นการนำเสนอผลลัพธ์ จากการสังเกตพฤติกรรมและบันทึกหลังสอน พบว่า นักเรียนมีข้อจำกัดในการอธิบายผลลัพธ์ โดยมักนำเสนอเพียงคำตอบและขั้นตอนการคำนวณ ขาดการให้เหตุผลและการพิจารณาข้อจำกัดของแบบจำลอง อีกทั้งยังขาดความมั่นใจในการสื่อสาร เช่น “สมเหตุสมผล เพราะมีการพิจารณาและดำเนินการคำนวณอย่างถูกต้องตามแผนที่กำหนด ส่งผลให้ได้ปริมาณเนื้อวัวบดประมาณ 402 กรัม และเนื้อหมูบดประมาณ 327 กรัม” เป็นต้น ผู้วิจัยจึงปรับกิจกรรมโดยใช้คำถามกระตุ้นและเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอและแลกเปลี่ยนแนวคิด พร้อมใช้คำถามชี้นำเพื่อเปรียบเทียบและสรุปองค์ความรู้ร่วมกัน เช่น “แนวคิดของกลุ่มใดมีลักษณะคล้ายคลึงกัน” “นักเรียนสามารถปรับปรุงหรือพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของตนได้อย่างไร” และ “หากต้องการเพิ่มขนาดมีทบอลเป็น 2 เท่า ปริมาณวัตถุดิบควรเพิ่มเป็น 2 เท่าหรือไม่ เพราะเหตุใด” ผลจากการปรับดังกล่าว พบว่า นักเรียนจะอธิบายและสื่อสารแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น รวมทั้งผลลัพธ์หรือข้อสรุปที่ได้จากการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นได้ดียิ่งขึ้น

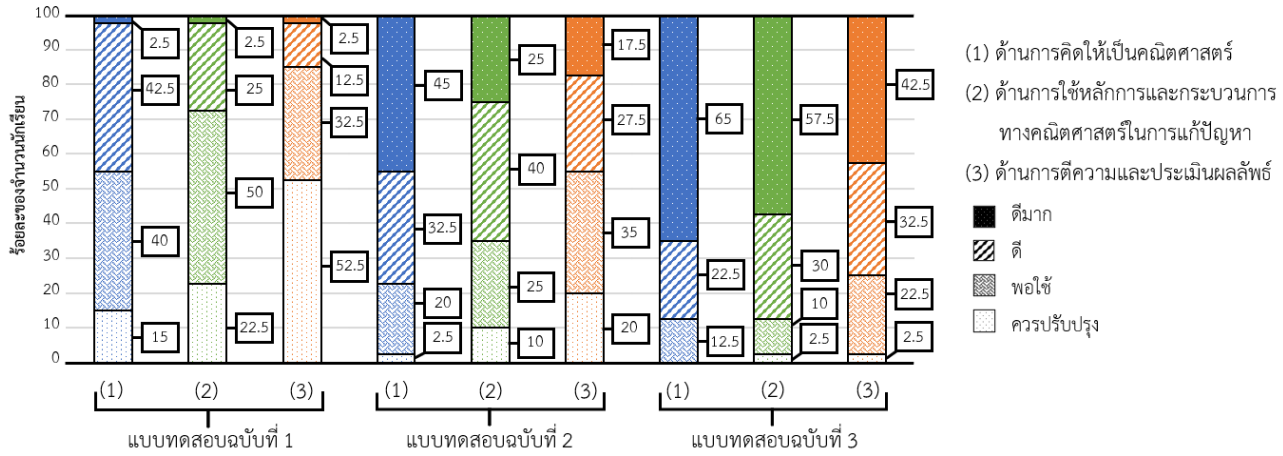
3. หลังการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์และสะท้อนผล โดยพิจารณาจากผลการประเมินใบกิจกรรมและข้อมูลจากการสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อนำไปปรับปรุงและพัฒนาการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

3.1 การสะท้อนผลการตรวจใบกิจกรรม พบว่า การแจ้งทั้งจุดเด่นและข้อที่ควรพัฒนาพร้อมอธิบายเหตุผลและแนวทางคำตอบที่เหมาะสม เพื่อให้นักเรียนเข้าใจข้อผิดพลาดและสามารถปรับปรุงแบบจำลองได้ เช่น การใช้ทฤษฎีพีทาโกรัสเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของความยาวฐาน ส่วนสูง และส่วนสูงเอียงของพีระมิดและแก้ไขให้ถูกต้อง

3.2 ข้อมูลจากการสัมภาษณ์นักเรียน พบว่า การใช้ข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์ โดยเฉพาะแนวคิดของนักเรียน มาประกอบการสะท้อนผลและปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ โดยพบว่า สถานการณ์ใกล้ตัวช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหาและสร้างข้อตกลงได้ง่ายขึ้น เช่น การวางแผนขายถังหูลูในตลาดนัดวิชาการ การจัดเต็นท์ในงานกีฬาสี และการวางแผนจัดซื้อวัตถุดิบสำหรับทำอาหารในครอบครัว เป็นต้น

ตอนที่ 2 ผลของความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม

ผู้วิจัยประเมินความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนรายบุคคล ซึ่งนำเสนอผลเป็นจำนวนและระดับความฉลาดรู้ของนักเรียนตามเกณฑ์การจัดระดับ จากแบบทดสอบทั้ง 3 ฉบับ ดังภาพที่ 4



ภาพที่ 4 แผนภูมิแท่งแสดงจำนวนนักเรียนตามเกณฑ์การจัดระดับความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม ทั้ง 3 ฉบับ

จากภาพที่ 4 พบว่า ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีแนวโน้มพัฒนาอย่างต่อเนื่องตามลำดับของการประเมิน ในการสอบฉบับที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับพอใช้และควรปรับปรุง โดยเฉพาะด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 72.5 ขณะที่ด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์มีนักเรียนอยู่ในระดับควรปรับปรุงสูงถึงร้อยละ 52.5 สะท้อนว่านักเรียนยังมีข้อจำกัดในการประยุกต์ใช้ความรู้และประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบ ในการสอบฉบับที่ 2 สัดส่วนนักเรียนในระดับดีมากเพิ่มขึ้นในทุกองค์ประกอบ โดยด้านการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์คิดเป็นร้อยละ 45 ด้านการใช้หลักการและกระบวนการในการแก้ปัญหาร้อยละ 25 และด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ร้อยละ 17.5 ในขณะที่จำนวนนักเรียนในระดับควรปรับปรุงลดลงอย่างชัดเจน และเมื่อพิจารณาการสอบฉบับที่ 3 พบว่า พัฒนาการมีความเด่นชัดยิ่งขึ้น โดยด้านการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์มีนักเรียนอยู่ในระดับดีมากเพิ่มเป็นร้อยละ 65 และไม่ปรากฏนักเรียนในระดับควรปรับปรุง ขณะที่ด้านการใช้หลักการและกระบวนการในการแก้ปัญหา และด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ มีนักเรียนในระดับดีมากเพิ่มเป็นร้อยละ 57.5 และร้อยละ 42.5 ตามลำดับ ผลได้สะท้อนว่านักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มนี้มีพัฒนาการเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องในทั้งสององค์ประกอบ คือ 1) ด้านการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ และ 2) ด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และมีแนวโน้มพัฒนาการที่ดีขึ้นในด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ซึ่งแสดงถึงความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียน

อภิปรายผล

ผลการพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากการจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม พบว่า นักเรียนมีความฉลาดรู้เพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง โดยด้านการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์สูงที่สุด รองลงมา คือ ด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ตามลำดับ ทั้งนี้ เป็นผลจากการจัดกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ คัดเลือกข้อมูลสำคัญ กำหนดข้อตกลงเบื้องต้น ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ตลอดจนตีความผลลัพธ์ให้สอดคล้องกับบริบทอย่างมีเหตุผล และยังช่วยส่งเสริมการตัดสินใจบนพื้นฐานของข้อมูลและความสมเหตุสมผล มากกว่าการมุ่งเน้นเพียงการคำนวณ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Blum, W. & Borromeo Ferri, R. ที่ระบุว่าการสร้างแบบจำลองช่วยพัฒนาความสามารถในการประยุกต์ใช้

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์จริง (Blum, W. & Borromeo Ferri, R., 2009) นอกจากนี้ ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ เบญจรัตน์ ขวัญคง และวราพร แสงผึ้ง ชี้ให้เห็นว่า การจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และลงมือปฏิบัติจริง ส่งผลให้นักเรียนมีพัฒนาการด้านความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง (เบญจรัตน์ ขวัญคง, 2564); (วราพร แสงผึ้ง, 2567) เมื่อพิจารณาพัฒนาการในแต่ละองค์ประกอบของความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ด้านการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนสามารถทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา เลือกใช้ข้อมูลที่สำคัญและสร้างข้อตกลงเบื้องต้นเพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งสามารถอธิบายได้จากลักษณะสำคัญของกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนเผชิญสถานการณ์ปัญหาในบริบทโลกจริงและแปลงสถานการณ์ดังกล่าวให้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ กระบวนการดังกล่าวสอดคล้องกับองค์ประกอบการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematizing) ตามกรอบความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของ PISA ซึ่งมุ่งเน้นการระบุปัญหา คัดเลือกข้อมูลที่เกี่ยวข้อง กำหนดสมมติฐานหรือข้อตกลงเบื้องต้น และสร้างความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อแทนสถานการณ์ในโลกจริง การที่นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการวิเคราะห์สถานการณ์ อภิปรายแนวคิด และปรับปรุงแบบจำลองอย่างต่อเนื่อง ทำให้เกิดการเชื่อมโยงระหว่างบริบทจริงกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย ส่งผลให้ความสามารถในการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Blum, W. & Borromeo Ferri, R. ที่กล่าวว่าการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการเชื่อมโยงระหว่างโลกจริงกับโลกของคณิตศาสตร์ โดยผู้เรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ คัดเลือกข้อมูลสำคัญ และสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา กระบวนการเหล่านี้จึงมีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาในการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์และการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ (Blum, W. & Borromeo Ferri, R., 2009)

2. ด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา พบว่า พัฒนาการของนักเรียนสามารถอธิบายได้จากลักษณะของกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนเลือกใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งตัดสินใจเลือกวิธีการดำเนินการและตรวจสอบความถูกต้องของแนวทางที่ใช้ด้วยตนเอง กระบวนการดังกล่าวสอดคล้องกับองค์ประกอบการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Employ) ตามกรอบความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของ PISA ซึ่งมุ่งเน้นการใช้ข้อเท็จจริง แนวคิด กระบวนการ และเหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา การที่นักเรียนได้เผชิญสถานการณ์ที่ต้องเลือกใช้ความรู้เกี่ยวกับพีระมิด กรวย และทรงกลม รวมทั้งปรับเปลี่ยนวิธีการตามเงื่อนไขของปัญหา ทำให้เกิดความเข้าใจในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มากกว่าการใช้สูตรหรือขั้นตอนวิธีเพียงอย่างเดียว ส่งผลให้ความสามารถด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ซึ่งสอดคล้องกับ คณาธิป นรสิงห์ และสมชาย โพธิจาทุม ที่พบว่า การจัดการเรียนรู้ผ่านการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเลือกใช้วิธีการและดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นระบบ พร้อมทั้งประยุกต์ใช้ความรู้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ (คณาธิป นรสิงห์, 2564); (สมชาย โพธิจาทุม, 2564) นอกจากนี้ นักเรียนยังสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสรุปผลลัพธ์ได้ตามแผนที่วางไว้อย่างไรก็ตาม เพื่อส่งเสริมศักยภาพของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้น ครูควรใช้โจทย์ปัญหาลักษณะเปิดที่ส่งเสริมให้นักเรียนเลือกแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งสอดคล้องกับ รุ่งทิวา บุญมาโตน และคณะ ที่ชี้ให้เห็นว่า การใช้โจทย์ปัญหาลักษณะเปิดช่วยเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงแนวคิดที่หลากหลาย เปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหา และตัดสินใจเลือกแนวทางที่เหมาะสมอย่างมีเหตุผล ซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญที่สนับสนุนการพัฒนาความสามารถใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้อย่างยืดหยุ่นในสถานการณ์ที่หลากหลาย (รุ่งทิวา บุญมาโตน และคณะ, 2561)

3. ด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการในด้านนี้อย่างต่อเนื่อง แต่ยังน้อยกว่าสองด้านแรก โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายผลลัพธ์จากการคำนวณเกี่ยวกับพีระมิด กรวย และทรงกลมได้ชัดเจนขึ้น และเริ่มเชื่อมโยงผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กับบริบทของสถานการณ์ได้มากขึ้น ซึ่งสะท้อนพัฒนาการในองค์ประกอบการตีความและประเมินผลลัพธ์ (Interpret and Evaluate) ตามกรอบความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของ PISA ที่มุ่งเน้นการสะท้อนความหมายของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์และการตัดสินความเหมาะสมของคำตอบภายใต้บริบทของปัญหา อย่างไรก็ตาม นักเรียนบางส่วนยังมีข้อจำกัดในการเชื่อมโยงผลลัพธ์กลับสู่บริบทของโลกจริง ส่งผลให้การตีความและการประเมินความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ยังไม่สมบูรณ์และมุ่งนำเสนอผลลัพธ์สุดท้ายมากกว่าการอธิบายเหตุผล ซึ่งสามารถอธิบายได้ 2 ประเด็น ดังต่อไปนี้ 1) โดยทั่วไปการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนส่วนใหญ่มักมุ่งเน้นการปฏิบัติตามขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ มากกว่าการส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์และการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Kanthawat, C.,et al. ที่พบว่า นักเรียนจำนวนมากนั้นให้ความสำคัญกับผลการคำนวณมากกว่าการอธิบายเหตุผล หรือการประเมินความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ ซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญที่ทำให้การพัฒนาด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์เกิดขึ้นได้อย่างจำกัด ทำให้นักเรียนมีแนวโน้มหยุดที่คำตอบโดยไม่รู้สึกว่าจำเป็นต้องตีความกลับสู่บริบทจริง (Kanthawat, C. et al., 2018) และ 2) การออกแบบการสอนในงานวิจัยนี้สามารถส่งเสริมทักษะด้านการตีความและการประเมินผลของผู้เรียนได้ในระดับหนึ่ง แต่ยังไม่เพียงพอ เนื่องจากทักษะดังกล่าวต้องอาศัยการคิดเชิงเหตุผลและการเชื่อมโยงกับบริบทในโลกจริง ซึ่งสอดคล้องกับ Blum, W. & Borromeo Ferri, R. ที่กล่าวว่าการตีความและการตรวจสอบผลลัพธ์ในกระบวนการสร้างแบบจำลองเป็นขั้นตอนที่มีความซับซ้อนและเป็นอุปสรรคสำคัญสำหรับผู้เรียน โดยเฉพาะในการเชื่อมโยงผลลัพธ์กลับสู่บริบทของสถานการณ์จริง (Blum, W. & Borromeo Ferri, R., 2009) ดังนั้น การออกแบบกิจกรรมที่ส่งเสริมการอธิบายเหตุผล การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ การสะท้อนผลการเรียนรู้อย่างเป็นระบบอาจช่วยพัฒนาความสามารถด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ของผู้เรียนได้ดียิ่งขึ้น

สรุปและข้อเสนอแนะ

การจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นแนวทางที่มีประสิทธิภาพในการพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการออกแบบกิจกรรมที่ใช้สถานการณ์ใกล้ตัวช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน ส่งเสริมการระบุปัญหา การเลือกใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมและการอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์อย่างเป็นระบบ นอกจากนี้นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมากทั้งในด้านการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์และด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งเมื่อพิจารณาจากพัฒนาการขององค์ประกอบของความฉลาดรู้ พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการด้านการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์มากที่สุด รองลงมาคือ ด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ตามลำดับ โดยข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัย มีดังนี้ 1) จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน ผู้วิจัยพบว่า ครูควรเลือกใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีความใกล้เคียงกับบริบทในชีวิตจริง มีความแปลกใหม่ น่าสนใจ และสอดคล้องกับระดับความสามารถของนักเรียน เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับประสบการณ์ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีความหมาย และตระหนักถึงความเป็นไปได้ในการนำความรู้ที่ได้จากการเรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงในอนาคต และ 2) ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถอธิบายผลลัพธ์จากการคำนวณเกี่ยวกับพีระมิด กรวย และทรงกลมได้ แต่ยังมีข้อจำกัดในการเชื่อมโยงผลลัพธ์กลับสู่บริบทของโลกจริง ส่งผลให้การตีความและประเมินความสมเหตุสมผลยังไม่สมบูรณ์ ทั้งนี้ อาจเนื่องจากคำถามชี้นำยังไม่ครอบคลุม ดังนั้น ครูจึงควรพัฒนา

การตั้งคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงผลลัพธ์กลับสู่บริบทของสถานการณ์ควบคู่กับการคาดการณ์แนวคิดของนักเรียนเพื่อใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ได้อย่างเหมาะสม ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป มีดังนี้ 1) ควรศึกษาหรือพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้และการใช้คำถามที่มุ่งส่งเสริมความสามารถด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เช่น การเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถตัดสินใจและและเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับสถานการณ์ได้อย่างมีเหตุผล และ 2) ควรมีการพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ควบคู่กับการส่งเสริมสมรรถนะการคิดขั้นสูง เช่น การคิดอย่างมีวิจารณญาณและการคิดสร้างสรรค์ เนื่องจากทักษะดังกล่าวช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเลือกใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลาย และอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ได้อย่างมีเหตุผล

เอกสารอ้างอิง

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

คณาธิป นรสิงห์. (2564). กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา. ใน วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชลธาร ผ่องแผ้ว. (2565). ผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ใน วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ณัฐดนัย โสทะ. (2563). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ด้วยแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงเพื่อส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. ใน สารนิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา. มหาวิทยาลัยนเรศวร.

เบญจรัตน์ ขวัญคง. (2564). การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ใน สารนิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา. มหาวิทยาลัยนเรศวร.

รุ่งทิวา บุญมาโตน และคณะ. (2561). การพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐาน. วารสารวิทยบริการ มหาวิทยาลัย สงขลานครินทร์, 29(2), 51-61.

วราพร แสงผึ้ง. (2567). การส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (SMTE) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ. ใน สารนิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา. มหาวิทยาลัยนเรศวร.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2566). การแถลงข่าวผลการประเมิน PISA 2022. เรียกใช้เมื่อ 14 กุมภาพันธ์ 2569 จาก https://pisathailand.ipst.ac.th/news-21/

สมชาย โพธิจาทุม. (2564). การศึกษาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริมาณ ปริภูมิและรูปทรง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์. ใน วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

อัมพร ม้าคนอง. (2557). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Armutcu, Y. & Bal, A. P. (2022). The Effect of Mathematical Modeling Activities Based on STEM Approach on Mathematics Literacy of Middle School Students. International Journal of Educational Studies in Mathematics, 9(4), 233-253. https://doi.org/10.17278/ijesim.1160204

Asempapa, R. S. (2015). Mathematical modeling: Essential for elementary and middle school students. Journal of Mathematics Education, 8(1), 16-29.

Bliss, K. M. et al. (2014). Math Modeling: Getting Started and Getting Solutions. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM).

Blum, W. & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? Journal of Mathematical Modelling and Application, 1(1), 45-58.

Kanthawat, C. et al. (2018). The development of grade 11 students' mathematical literacy on sequences and series using mathematical modelling. Journal of Physics: Conference Series, 1157, 032100. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/3/032100

OECD. (2019). PISA 2018 Assessment and Analytical Framework. Paris: OECD Publishing.

Stohlmann, M. S. (2017). Mathematical Modeling with Middle School Students: The Robot Art Model-Eliciting Activity. European Journal of STEM Education, 2(2), 4. https://doi.org/10.20897/ejsteme.201704