ความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด*

STUDENTS' MATHEMATICAL FLEXIBILITY THINKING IN MATHEMATICS CLASSROOM USING LESSON STUDY AND OPEN APPROACH

พรเพ็ญ เฟื่องฟู
Phornpen Fuangfoo
นฤมล ช่างศรี
Narumon Changsri
มหาวิทยาลัยขอนแก่น
Khon Kaen University, Thailand
E-mail: phornpen.fu@kkumail.com

บทคัดย่อ

บทความฉบับนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ระเบียบวิจัยเชิงคุณภาพเน้นการวิเคราะห์โพรโตคอลและการบรรยายเชิงวิเคราะห์ กลุ่มเป้าหมายคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2562 ผู้วิจัยในฐานะครูผู้สอนและทีมการศึกษาชั้นเรียนประกอบด้วยครูประจำการและนักศึกษาระดับปริญญาโทได้นำการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดตามแนวคิดของไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ ไปใช้ในชั้นเรียนตั้งแต่กลุ่มเป้าหมายอยู่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เพื่อเป็นการเตรียมบริบทชั้นเรียนคณิตศาสตร์แบบใหม่ ข้อมูลที่ใช้วิเคราะห์ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องพื้นที่ โพรโตคอลชั้นเรียน ผลงานของนักเรียน บันทึกการสังเกตการสอน และบันทึกการสะท้อนผล วิเคราะห์ข้อมูลตามกรอบแนวคิดของ Imai ผลวิจัยพบว่านักเรียนมีความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น โดยวิเคราะห์เริ่มจากขั้นสร้างแผนการสอนร่วมกันมีการคาดการณ์แนวคิดที่จะเกิดขึ้น ขั้นสังเกตการสอนร่วมกันทีมสังเกตการสอนตามขั้นตอนของวิธีการแบบเปิดพบแนวคิดทั้งหมด 7 แนวคิด คือ การเปรียบเทียบพื้นที่โดยตรง, การสร้างตารางสี่เหลี่ยมจัตุรัส, การแปลงรูปพื้นที่, การใช้สูตรการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม, การหาพื้นที่โดยการบวก, การหาพื้นที่โดยการคูณ, การใช้ความกว้างหรือความยาว ขั้นสะท้อนผลการสอนร่วมกันพบว่านักเรียนบรรลุเป้าหมายชั้นเรียน ส่วนความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ในระยะแรกมีแนวคิดไม่หลากหลาย แต่เมื่อใช้ครบหนึ่งปีการศึกษาพบแนวคิดใน

* Received 7 July 2020; Revised 15 October 2020; Accepted 17 November 2020

การแก้ปัญหาที่หลากหลายมากขึ้น บางกิจกรรมเกิดแนวคิดที่ทีมไม่ได้คาดการณ์ ทำให้ทีมเรียนรู้แนวคิดต่าง ๆ และคาดการณ์แนวคิดของนักเรียนได้คลอบคลุมมากขึ้น
คำสำคัญ: ความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์, การศึกษาชั้นเรียน, วิธีการแบบเปิด

Abstract

This research was aim to study students' mathematical flexibility thinking in mathematics classroom using lesson study and open approach. This qualitative research made use of protocol analysis and analytic description. Target group was Grade 5 students in the academic year 2019. The Lesson study team consists of one graduate students, one inservice teacher, and the researcher as a teacher. This team have applied Lesson Study and Open Approach based on Maitree Inprasitha-concepts in classroom since target group study in grade 4 to provide a new mathematics classroom. The empirical data analyzed in this research consisted Lesson plans for unit area, Protocols of students' doing activity in the classroom, student works, field note and Record reflecting of Lesson study team. The Imai's framework was used to Interpreting students' mathematical flexibility thinking. The study found that Target students have more mathematical flexibility thinking. The analysis start form Collaborative Plan: the team creating a lesson plan and predicting student ideas. Collaborative Do: Found mathematical flexibility ideas 7 concepts of Area, such as direct comparison of space, Square grid construction, area transformation, use of the rectangular area formula, find the area by addition, find the area by multiplication, use the width or length. Collaborative See: Found that students were able to achieve their goals. student's mathematical flexibility thinking in the beginning had not many ideas, but after one academic year of innovation they found that students had more various solutions. Some activities were not anticipated by the lesson study team. This team learns the concepts that come up with each plan
Keywords: Mathematical Flexibility Thinking, Lesson Study, Open Approach

บทนำ

ศตวรรษที่ 21 โลกมีการเปลี่ยนแปลงในทุก ๆ ด้าน ครูจึงต้องมีการเตรียมความพร้อมในการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนมีความรู้และพัฒนานักเรียนให้มีทักษะที่จำเป็นในศตวรรษที่ 21

(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561) กลุ่มเครือข่าย P21 (Partnership For 21st Century Skills) ได้สร้างกรอบการเรียนรู้ซึ่งมีส่วนของทักษะที่นักเรียนควรได้รับ ทักษะหนึ่งที่สำคัญคือการเรียนรู้และนวัตกรรม ได้แก่ ความคิดสร้างสรรค์และนวัตกรรม (The Partnership for 21st Century Learning, 2015) กระบวนทัศน์เกี่ยวกับทักษะที่มีความสำคัญเป็นที่ต้องการและจำเป็นสำหรับศตวรรษที่ 21 ที่ได้มีการเคลื่อนย้ายจาก “พฤติกรรม” ไปสู่ “ทักษะการคิด” ได้แก่การคิดขั้นสูง (Shimizu, Y., 2007)

ผลการทดสอบระดับชาติ (National Testing: NT) และการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Educational Test: O - NET) คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำกว่าร้อยละ 50 ซึ่งเป็นมาตรฐานขั้นต่ำ (Inprasitha, M., 2010) เช่นเดียวกับการทดสอบ TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) ค.ศ. 2011 และ 2015 บ่งชี้ว่าผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของไทยมีคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ในด้านเนื้อหาและพฤติกรรมการเรียนรู้ในระดับต่ำ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561)

โรงเรียนในประเทศไทยต้องมีการปฏิรูปการเรียนรู้ ควรลดการสอนท่องจำเนื้อหาวิชาในห้องเรียน แต่ให้เน้นที่ประสบการณ์ กิจกรรม การทำงานในสภาวะจริง (ประเวศ วะสี, 2544) “การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study)” เป็นนวัตกรรมที่มีแนวคิดพื้นฐานที่มีประสิทธิภาพที่สุดในการที่จะปรับปรุงและพัฒนาการสอนในห้องเรียน ซึ่งถูกนำมาปรับใช้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ของประเทศไทยตั้งแต่ ปี พ.ศ. 2545 (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2561) โดยได้ปรับเปลี่ยนขั้นตอนเหลือ 3 ขั้นตอน คือการร่วมมือกันวางแผนการจัดการเรียนรู้รายสัปดาห์ การร่วมมือกันสังเกตการสอนรายสัปดาห์ และการร่วมมือกันสะท้อนผลการสอนรายสัปดาห์

ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิดจะเน้นกระบวนการแก้ปัญหาและวิธีการแบบเปิดในฐานะวิธีการสอนมี 4 ขั้นตอนคือนำเสนอปัญหาปลายเปิด นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองผ่านการแก้ปัญหา อภิปรายและเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน และสรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นของนักเรียน (Inprasitha, M., 2011) ทำให้วิธีการนี้เป็นวิธีการสอนที่ช่วยส่งเสริมกระบวนการคิดขั้นสูงทางคณิตศาสตร์เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและทักษะการคิดของนักเรียน (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2557)

จากที่ผู้วิจัยมีประสบการณ์ในการปฏิบัติการสอนในสถานศึกษาที่โรงเรียนในโครงการพัฒนาการคิดขั้นสูงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเขตพื้นที่ภาคตะวันออกเฉียงเหนือที่จัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดตั้งแต่ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 พบว่านักเรียนกล้าแสดงออก กระตือรือร้นที่จะแก้ปัญหาและหาวิธีการใหม่ ๆ ด้วยตนเอง ยอมรับความคิดที่แตกต่างของเพื่อนร่วมชั้น แต่เมื่อผู้วิจัยบรรจุเป็นครู

ประจำการพบว่าชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยใช้วิธีการสอนแบบเดิม เมื่อนักเรียนเจอโจทย์รูปแบบใหม่จะไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนไม่เกิดทักษะที่จำเป็นในศตวรรษที่ 21

ความคิดยืดหยุ่นเป็นปัจจัยสำคัญสำหรับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ (Saito & Akita, 2004) อย่างไรก็ตามในบริบทของชั้นเรียนคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนในปัจจุบัน การคิดยืดหยุ่นของนักเรียนแทบจะไม่ถูกใช้ (Saito & Akita, 2004) ซึ่ง Imai, T. ได้กล่าวว่าความคิดยืดหยุ่นหมายถึงความหลากหลายของแนวคิดที่ตอบสนองต่อสถานการณ์ที่กำหนด (Imai, T., 2000) อีกทั้ง Nohda, N. ได้กล่าวว่าวิธีการสอนที่จะช่วยสนับสนุนแนวทางในการคิดคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน คือ การสอนด้วยวิธีการแบบเปิด (Nohda, N., 2000) ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่จัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดมีเป้าหมายที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2557) ดังผลการศึกษาของ จุฬาลักษณ์ ใจอ่อน พบว่า ในระหว่างที่นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิดนั้นพวกเขาสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มาจากวิธีคิดของตนเองเป็นวิธีการที่มีความแปลกใหม่ (จุฬาลักษณ์ ใจอ่อน, 2551) และปิติพงษ์ วิริยาภรณ์ประภาส พบว่าชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด เกิดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ครบทั้ง 4 องค์ประกอบตามแนวคิดของ Nohda, N. (ปิติพงษ์ วิริยาภรณ์ประภาส, 2560); (Nohda, N., 2000)

จากที่กล่าวมาแสดงให้เห็นถึงความสำคัญของการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ให้กับนักเรียน ซึ่งการที่เราจะพัฒนาการคิดนี้ให้เกิดขึ้นควรเริ่มต้นด้วยการส่งเสริมให้เกิดองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์คือความคิดยืดหยุ่น ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

วิธีดำเนินการวิจัย

ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพที่เน้นการวิเคราะห์โพรโตคอล (Protocol Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) โดยแบ่งการทำวิจัยออกเป็น 2 ระยะ คือ

ระยะที่ 1 เตรียมบริบทชั้นเรียน ทีมการศึกษาชั้นเรียนสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มเป้าหมาย จากนั้นนำการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดตามแนวคิดของ Inprasitha,

M. เข้าไปใช้เพื่อปรับบริบทให้เป็นชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้ปัญหาและคิดหลากหลาย ตลอดปีการศึกษา 2561 และ 2562 (Inprasitha, M., 2011)

ระยะที่ 2 เก็บรวบรวมข้อมูล ทีมการศึกษาชั้นเรียนจะนำเครื่องมือไปเก็บข้อมูลวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 กับกลุ่มเป้าหมายเดิมซึ่งปัจจุบันอยู่ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จากนั้นนำข้อมูลมาวิเคราะห์

กลุ่มเป้าหมาย

นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2562 ซึ่งในขณะที่นักเรียนเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ได้มีการเตรียมบริบทชั้นเรียนให้เป็นชั้นเรียนคณิตศาสตร์แบบใหม่ตั้งแต่ปีการศึกษา 2561 และต่อเนื่องไปจนถึงปีการศึกษา 2562

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้เรื่องพื้นที่ จำนวน 8 แผน ที่ทีมได้ออกแบบโดยยึดแนวคิดการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดของ Inprasitha, M. (Inprasitha, M., 2011)

2. แบบบันทึกการสังเกตการสอนของทีมศึกษาชั้นเรียน ใช้สำหรับการเก็บข้อมูลเพื่อยืนยันข้อมูลที่ได้จากการสังเกตแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นตลอดการทำกิจกรรมและบันทึกเป็นลายลักษณ์อักษร

3. กล้องบันทึกวิดีทัศน์ ใช้สำหรับบันทึกภาพและเสียงของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้ไปวิเคราะห์แล้วถอดคำพูดออกมาในรูปข้อความและจัดทำเป็นโพรโตคอล

4. เครื่องบันทึกเสียง ใช้สำหรับบันทึกเสียงของนักเรียนในระหว่างการเรียนการสอน โดยผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการบันทึกเสียงไปวิเคราะห์แล้วถอดคำพูดและจัดทำเป็นโพรโตคอล

วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล

ทีมได้ร่วมกันสร้างแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อนำไปใช้ในการเก็บข้อมูลวิจัย โดยผู้วิจัยอยู่ในฐานะครูผู้สอนนำแผนไปใช้จัดกิจกรรมการสอนกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย จากนั้นผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยจะนำวีดิทัศน์มาถอดเทปเป็นโพรโตคอลชั้นเรียน และรวบรวมข้อมูลจากเครื่องมือเพื่อมาใช้ประกอบการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ใช้ข้อมูลแผนการจัดการเรียนรู้ ผลงานของนักเรียน โพรโตคอลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน แบบบันทึกการสังเกตการสอนของทีมศึกษาชั้นเรียน และบันทึกการสะท้อนผลของทีมโดยเน้นการวิเคราะห์โพรโตคอล ตามขั้นตอนของวิธีการแบบเปิดและการศึกษาชั้นเรียนควบคู่ไปกับกรอบแนวคิดของ Imai, T. (Imai, T., 2000)

ผลการวิจัย

1. การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกัน (Collaborative Plan) วิเคราะห์เนื้อหาที่ต้องการ กำหนดเป้าหมายของชั้นเรียน ออกแบบคำสั่งและสื่อรวมทั้งคาดคะเนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยในทุกขั้นทีมจะต้องคำนึงว่าส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองตามแนวคิดวิธีการแบบเปิดของไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ โดยแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องพื้นที่ มีกิจกรรมชื่อว่า “อันไหนใหญ่กว่า” มีรายละเอียดดังนี้

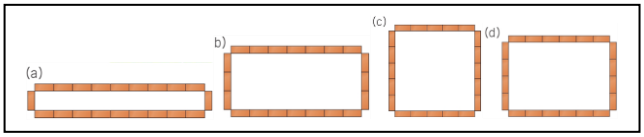
สถานการณ์ปัญหาที่ 1: ครูวางผ้าสองผืนที่มีขนาดใกล้เคียงกันไว้ที่โต๊ะพร้อมเล่าว่าครูซื้อผ้าสองผืนนี้มา เพราะว่าครูตัดสินไม่ได้ว่าผืนไหนใหญ่กว่ากัน

คำสั่งที่ 1: ให้นักเรียนหาวิธีเปรียบเทียบผ้าสองผืน

สถานการณ์ปัญหาที่ 2: ครูต้องให้นักเรียนเปรียบเทียบว่าระหว่างรูปเรขาสองชนิดนี้รูปไหนใหญ่กว่ากัน โดยห้ามเคลื่อนย้ายรูป

คำสั่งที่ 2: ให้นักเรียนเปรียบเทียบว่าระหว่างรูปเรขาสองชนิดนี้รูปไหนใหญ่กว่ากัน โดยห้ามเคลื่อนย้ายรูป

สถานการณ์ปัญหาที่ 3: นักเรียนชั้น ป. 5 กำลังสร้างแปลงดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยใช้อิฐ 20 ก้อนมาล้อมรอบขอบแปลง ได้ 4 แบบดังนี้



คำสั่งที่ 3: ให้นักเรียนหาวิธีเปรียบเทียบพื้นที่ของแปลงดอกไม้แปลงใดพื้นที่ใหญ่ที่สุด พร้อมเขียนอธิบายวิธีคิดให้ละเอียด

ภาพที่ 1 กิจกรรม “อันไหนใหญ่กว่า”

1.1 เป้าหมายของบทเรียนในแต่ละคาบในหน่วยการเรียนรู้นั้น นักเรียนสามารถบอกความหมายของพื้นที่โดยผ่านกิจกรรมการเปรียบเทียบขนาดของแปลงดอกไม้ได้ และนักเรียนสามารถอธิบายวิธีการเปรียบเทียบขนาดของแปลงดอกไม้ได้

1.2 การคาดคะเนแนวคิดของนักเรียนที่จะตอบสนองต่อคำสั่ง ทีมการศึกษาชั้นเรียนได้คาดคะเนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่จะเกิดขึ้นเพื่อที่จะได้เห็นความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

คำสั่งที่ 1 **แนวคิดเปรียบเทียบโดยตรง**

- เปรียบเทียบโดยใช้สายตา

- นักเรียนนำผ้ามาวางทับกันเพื่อเปรียบเทียบ

แนวคิดการเปรียบเทียบโดยอ้อม

- ใช้ไม้บรรทัดวัดความยาวของผืนผ้า
- นำผ้าไปวางเทียบกับโต๊ะครูแล้วดูส่วนที่เกิน เหลือส่วนที่เกินมากกว่าแสดงว่าใหญ่กว่า

คำสั่งที่ 2 **แนวคิดเปรียบเทียบโดยตรง**

- เปรียบเทียบโดยใช้สายตา

แนวคิดเปรียบเทียบโดยสร้างหน่วยในการเปรียบเทียบ

- นับและทำสัญลักษณ์ขีดในแต่ละรูปในรูปเรขาคณิตถ้าเหลือแสดงว่าใหญ่กว่า
- นับจำนวนรูปเล็ก ๆ ที่อยู่ด้านในทั้งหมด และเปรียบเทียบกันโดยดูจำนวน

คำสั่งที่ 3 **แนวคิดเปรียบเทียบโดยตรง**

- วางหรือวาดรูปแปลงดอกไม้ทับกัน จากนั้นเปรียบเทียบส่วนที่ยื่นออกมาของทั้งสองแผ่น

แนวคิดเปรียบเทียบโดยสร้างตารางสี่เหลี่ยมจัตุรัส

- วัดความยาวโดยรอบของแปลงดอกไม้แล้วนำมาบวกกันแล้วเปรียบเทียบผลบวก
- วาดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีขนาดเท่า ๆ กันลงบนแปลงดอกไม้ นับจำนวนและเปรียบเทียบ

2. การสังเกตการสอนร่วมกัน (Collaborative Do) ในขั้นตอนนี้ทีมทำหน้าที่สังเกตและบันทึกแนวคิดทั้งหมดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน โดยไม่รบกวนหรือชี้แนะในการลงมือแก้ปัญหา

ขั้นที่ 1 นำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด ครูเริ่มต้นด้วยการนำเสนอปัญหาเปรียบเทียบผืนผ้าพันคอที่ขนาดใกล้เคียงกันและถามว่าจะซื้อผืนไหนโดยที่ไม่ให้ดูขนาดของผ้า ทำให้นักเรียนตัดสินจากความชอบส่วนตัว จากนั้นดำเนินกิจกรรมต่อเพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบผืนผ้า และครูจึงได้เสนอสถานการณ์ที่ 2 การเปรียบเทียบรูปโดยห้ามเคลื่อนย้ายรูปและสถานการณ์ที่ 3 เปรียบเทียบแปลงดอกไม้ จากการถอดเทปโพรโตคอลชั้นเรียนทีมได้สังเกตว่านักเรียนปรากฏวิธีการแก้ปัญหาดังนี้

แนวคิดที่ 1 การเปรียบเทียบพื้นที่โดยตรง

วิธีการที่ 1 การเปรียบเทียบพื้นที่โดยการนำมาประกบกัน นักเรียนเปรียบเทียบผ้าพันคอโดยนำมาเปรียบเทียบกันโดยตรง ดังภาพและโพรโตคอลชั้นเรียนต่อไปนี้

ภาพที่ 2 นักเรียนนำผืนผ้าไปเทียบกันให้เพื่อน ร่วมชั้นได้เปรียบเทียบขนาด

ตารางที่ 1 โพรโตคอลชั้นเรียนในแนวคิดที่ 1 การเปรียบเทียบพื้นที่โดยตรง

Item	ผู้พูด	ข้อความ/พฤติกรรม
20	ครู	เดี๋ยวครูขอถามว่า แพรบอกว่าผืนเล็กกว่า หยกบอกว่าผืนใหญ่กว่า เรามั่นใจมั้ย เราทุกคนมั่นใจมั้ยว่าผ้าสองผืนนี้ ผืนไหนใหญ่กว่ากัน
⋮		⋮
25	นักเรียน	เอาผ้ามาเทียบกัน (เด็กสองคนด้านหน้ากางมือตามขนาดผ้าแล้วเอามาประกบกัน)
26	ครู	เอามา...
27	แพร	นำมาประกบกันค่ะ
⋮		⋮
34	ครู	สีชมพูยาวกว่าเพราะว่าอะไร
35	นักเรียน	เพราะว่ามันเกิน

จากโพรโตคอลชั้นเรียนจะเห็นได้ว่าใน Item 21 นักเรียนได้พยายามแสดงวิธีเปรียบเทียบผืนผ้าโดยการนำไปเทียบกันกับนักเรียนที่ถือผ้าร่วมกัน เมื่อครูถามเพื่อนร่วมชั้นว่าเพื่อนทำอะไร นักเรียนตอบว่า “เอาผ้ามาเทียบกัน (เด็กสองคนด้านหน้ากางมือตามขนาดผ้าแล้วเอามาประกบกัน)” ครูจึงได้มีการถามวิธีที่รู้ได้ว่าอันไหนใหญ่กว่า โดยนักเรียนให้เหตุผลว่า “เพราะว่ามันเกินกัน” ดัง Item 35 จากโพรโตคอลแสดงให้เห็นแนวคิดที่นักเรียนใช้คือการเปรียบเทียบพื้นที่โดยตรง เห็นได้จากการที่นักเรียนใช้คำว่า “นำมาเทียบกันค่ะ” และสังเกตว่าผืนใดใหญ่กว่าโดยการดูส่วนที่เกินกันออกไป

แนวคิดที่ 2 การเปรียบเทียบพื้นที่โดยการสร้างตารางสี่เหลี่ยมจัตุรัส

วิธีการที่ 2 การเปรียบเทียบพื้นที่โดยการสร้างหน่วยมาเปรียบเทียบกัน

ตารางที่ 2 โพรโตคอลชั้นเรียนในแนวคิดที่ 2 การเปรียบเทียบพื้นที่โดยการสร้างตารางสี่เหลี่ยมจัตุรัส

Item	ผู้พูด	ข้อความ/พฤติกรรม
51	ครู	อะ คนอื่นใครว่าอันที่หนึ่งมันกว้างกว่า ก๊วยเจ๋งงง ครูแอบได้ยินที่พูดอันนึงแล้วมันดีก๊วยเจ๋งบอกว่าอันไหนมันใหญ่กว่า
52	ก๊วยเจ๋ง	กว้างกว่า มันมีหลายช่องกว่า

Item	ผู้พูด	ข้อความ/พฤติกรรม
⋮		⋮
57	ครู	ก๊วยเจ๋งเลยบอกว่าอันนี้กว้างกว่าใหญ่กว่าเนาะ อะไปนั่ง อันนี้เราตอบเพราะเรานับช่องใช่มั้ย? งั้นถ้ารูปนี้ละ

จากโพรโตคอลข้างต้นจะเห็นได้ว่า เมื่อครูถามถึงวิธีการเปรียบเทียบนักเรียนบางคนไม่สามารถหาได้ แต่จาก Item 52 มีนักเรียนตอบว่า “กว้างกว่า มันมีหลายช่องกว่า” จากคำพูดนี้สื่อให้เห็นว่านักเรียนมีแนวคิดของการเปรียบเทียบพื้นที่โดยการสร้างตารางสี่เหลี่ยมจัตุรัส จึงได้นับจำนวนช่องเพื่อใช้ในการเปรียบเทียบพื้นที่ของรูปทั้งสองรูป

ขั้นที่ 2 นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองผ่านการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาร่วมกันแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือแก้ปัญหาร่วมกัน และบันทึกแนวคิดของกลุ่มลงในใบงาน ผู้สอนสังเกตการทำกิจกรรมของนักเรียนรวมถึงแนวคิดที่เกิดขึ้น อีกทั้งกระตุ้นนักเรียนโดยการใช้คำถาม ซึ่งครูจะไม่แทรกแซงความคิดของนักเรียน

ภาพที่ 3 นักเรียนลงมือแก้ปัญหาร่วมกัน

จากการถอดเทปโพรโตคอลของชั้นเรียนและผ่านร่องรอยของผลงานของนักเรียนในขั้นนักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองผ่านการแก้ปัญหา ทีมสังเกตเห็นวิธีการแก้ปัญหาดังนี้

แนวคิดที่ 3 การเปรียบเทียบพื้นที่โดยการแปลงรูปพื้นที่

วิธีการที่ 3 การตัดและต่อพื้นที่

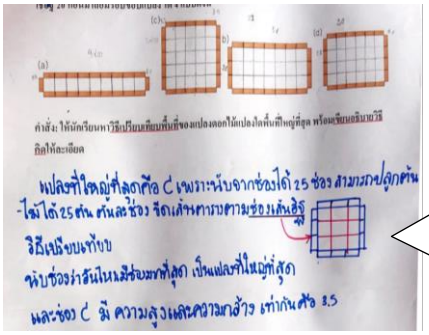
ตารางที่ 3 โพรโตคอลชั้นเรียนแนวคิดที่ 3 การเปรียบเทียบพื้นที่โดยการแปลงรูปพื้นที่

Item	ผู้พูด	ข้อความ/พฤติกรรม
110	หญิง	(เอาไม้บรรทัดมาวางแต่นับจำนวนอิฐที่วางเป็นแปรงดอกไม้ในรูป c จากนั้นไปนับรูปb)
⋮		⋮
114	หญิง	ฉันว่าอันนี้เป็น 5×5 (ชี้รูป b) อันนี้(ชี้รูป c) ก็เอาถึงแค่ 5 ที่เหลือก็ตัดมาแล้วลองมาต่อตรงนี้(ชี้ด้านบนรูป c)
115	โฟร์ท	(ชี้รูป a) อันนี้ก็มาต่อสิ
116	หญิง	อันนี้ไม่ได้ มันน้อย

จากโพรโตคอลชั้นเรียน Item 110 - 116 จะเห็นได้ว่า นักเรียนได้พยายามใช้วิธีการตัดและต่อพื้นที่ที่ครูกำหนดเพื่อให้มีขนาดใกล้เคียงกัน เห็นได้จาก Item 114 - 116 ที่นักเรียนได้พูดถึงวิธีการของตนว่า “ฉันว่าอันนี้เป็น 5×5 (ชี้รูป b) อันนี้ (ชี้รูป c) ก็เอาถึงแค่ 5 ที่เหลือก็ตัดมาแล้วลองมาต่อตรงนี้ (ชี้ด้านบนรูป c)” ซึ่งทำให้เห็นว่านักเรียนพยายามที่จะตัดและต่อรูป c เพื่อให้ใกล้เคียงรูป b เพื่อนอีกคนจึงเสนอให้ตัดและต่อรูป a เช่นกัน ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนกำลังใช้แนวคิดการเปรียบเทียบพื้นที่โดยการแปลงรูปพื้นที่

แนวคิดที่ 2 การเปรียบเทียบพื้นที่โดยการสร้างตารางสี่เหลี่ยมจัตุรัส

วิธีการที่ 4 ขีดเส้นตารางนับช่อง

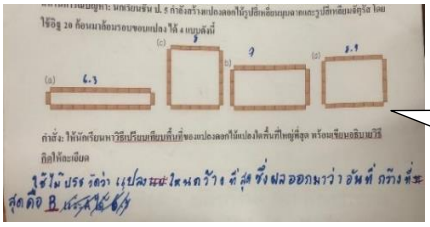


ภาพที่ 4 วิธีการที่ 4 ขีดเส้นตารางนับช่อง

จากผลงานนักเรียนจะเห็นได้ว่านักเรียนได้พยายามเขียนอธิบายวิธีแก้ปัญหาของตนเองไว้ว่า “แปลงที่ใหญ่ที่สุดคือ C เพราะนับจากช่องได้ 25 ช่อง ... ขีดเส้นตารางตามช่องเส้นอิฐ” โดยได้พยายามอธิบายวิธีเปรียบเทียบพื้นที่ไว้ว่า “นับช่องว่าอันไหนมีช่องมากที่สุดเป็นแปลงที่ใหญ่ที่สุด” แสดงให้เห็นว่านักเรียนกำลังใช้แนวคิดการเปรียบเทียบพื้นที่โดยการสร้างตารางสี่เหลี่ยมจัตุรัส

แนวคิดที่ 4 เปรียบเทียบพื้นที่โดยการใช้ความกว้างหรือความยาว

วิธีการที่ 5 วัดความกว้างของรูป



ภาพที่ 5 วิธีการที่ 5 วัดความกว้างของรูป

จะเห็นได้ว่านักเรียนได้เขียนอธิบายวิธีแก้ปัญหาของตนเองไว้ว่า “ใช้ไม้บรรทัดวัดว่าแปลงไหนกว้างที่สุด ซึ่งผลออกมาว่าอันที่กว้างที่สุดคือ B” จากข้อความที่ว่า “ใช้ไม้บรรทัดวัด” แสดงให้เห็นว่านักเรียนกำลังใช้แนวคิดการเปรียบเทียบพื้นที่โดยกการวัดความยาวด้านเปรียบเทียบกัน ซึ่งเป็นแนวคิดที่ยังมีความเข้าใจผิดกับการเปรียบเทียบ จึงเป็นแนวคิดที่ครูจะต้องร่วมกันแก้ไขในขั้นต่อไป

ขั้นที่ 3 อภิปรายและเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน ครูผู้สอนเลือกแนวคิดการนำเสนอโดยเรียงลำดับแนวคิดพื้นฐานไปจนถึงแนวคิดที่ยาก จากนั้นให้นักเรียนได้ออกมานำเสนอและอธิบายแนวคิดของกลุ่มตนเอง โดยเพื่อนร่วมชั้นเรียนสามารถตั้งข้อสังเกตถึงวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มนั้นเพื่อเรียนรู้ร่วมกันทั้งชั้นเรียน อีกทั้งเปรียบเทียบแนวคิดของการแก้ปัญหาทั้งชั้นเรียน

ภาพที่ 6 นักเรียนนำเสนอแนวคิดของกลุ่มตนเอง

ขั้นที่ 4 สรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน สรุปบทเรียนโดยให้นักเรียนย้อนคิดไปถึงวิธีการที่นำเสนอทั้งหมดพยายามเชื่อมโยงแนวคิด และเพื่อสรุปความหมายของคำว่า “พื้นที่” ครูจึงให้นักเรียนออกมานำเสนอความหมายของพื้นที่ของแต่ละคน เพื่อเป็นการสรุปชั้นเรียน

ภาพที่ 7 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน

3. การสะท้อนผลการสอนร่วมกัน (Collaborative See)

3.1 การบรรลุเป้าหมายในคาบเรียน สามารถสรุปได้ว่า คาบเรียนนี้นักเรียนสามารถบรรลุเป้าหมายคาบเรียนทั้งสองเป้าหมาย ดังที่ครูผู้สอนได้พูดว่า “นักเรียนตอบความหมายของพื้นที่ว่า คือพื้นที่ข้างในรูปสี่เหลี่ยมหรือรูปเรขาแต่ละรูป หรือ “พื้นที่คือพื้นที่ข้างในกรอบสี่เหลี่ยมของก้อนอิฐ” ครูผู้สังเกตคนที่ 1 คิดว่าชั้นเรียนบรรลุเป้าหมายแต่ยังไม่สมบูรณ์ และเป้าหมายข้อที่ 2 ผู้สอนกล่าวว่า “นักเรียนก็สามารถตอบได้ว่ารูปไหนใหญ่กว่าโดยใช้วิธีต่างกันออกไป ทั้ง ขีดเส้นตารางจัตุรัสแล้วนับ หรือการพยายามตัดต่อรูป”

3.2 ความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นในคาบเรียน แนวคิดที่สังเกตเห็นเกี่ยวกับความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพบทั้งหมด 3 แนวคิด คือในขั้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหาพบการเปรียบเทียบโดยตรง และยังพบแนวคิดของการสร้างตารางสี่เหลี่ยมจัตุรัสในขั้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่สองและขั้นตอนการลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองของนักเรียน นอกจากนั้นยังพบแนวคิดการแปลงรูปพื้นที่ คือการพยายามหด ยืด การตัด การย้าย ฯลฯ แต่พื้นที่ยังคงเดิม

สรุปผลการวิเคราะห์ความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

เมื่อพิจารณาความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์จากแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายของนักเรียนที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่กำหนด พบความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดในแผนการจัดการเรียนรู้ดังนี้

ตารางที่ 4 สรุปความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

แนวคิด	การคาดการณ์แนวคิดในขั้นการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้	แนวคิดที่เกิดขึ้นในขั้นการสังเกตการสอน	แนวคิดที่ทีมการศึกษาชั้นเรียนสะท้อนผล
เปรียบเทียบพื้นที่โดยตรง	✓	✓	✓
เปรียบเทียบพื้นที่โดยอ้อม	✓		
เปรียบเทียบพื้นที่โดยการสร้างตารางสี่เหลี่ยมจัตุรัส	✓	✓	✓
เปรียบเทียบพื้นที่โดยการแปลงรูป		✓	✓
เปรียบเทียบพื้นที่โดยการใช้ความกว้างหรือความยาว		✓	
เปรียบเทียบโดยสร้างหน่วยในการเปรียบเทียบ	✓		

จากตารางสรุปข้างต้นจะเห็นได้ว่าบางแนวคิดที่พบในขั้นการสังเกตการสอนและการสะท้อนผลเป็นแนวคิดที่ทีมการศึกษาชั้นเรียนไม่ได้คาดคะเนไว้ ในขั้นการสร้างแผนการจัดการ

เรียนรู้ เช่นแนวคิดของการเปรียบเทียบพื้นที่โดยการแปลงรูป แนวคิดเปรียบเทียบพื้นที่โดยการวัดความยาวของด้านซึ่งเป็นแนวคิดที่จะต้องได้รับการปรับเพื่อให้เป็นแนวคิดที่ถูกต้องเช่นกัน

อภิปรายผล

ชั้นเรียนที่นำนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดมาใช้เพื่อปรับบริบทชั้นเรียนคณิตศาสตร์แบบใหม่ทำให้นักเรียนเปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้จากการรอคอยคำตอบจากครู เป็นนักเรียนที่กล้าลงมือแก้ปัญหาเพื่อการเรียนรู้ด้วยตนเอง เกิดแนวคิดที่หลากหลายมากขึ้นในการแก้ปัญหา สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Becker, J. P. & Shimada, S. พบว่าวิธีการแบบเปิดมีศักยภาพในการพัฒนาการเรียน ทำให้ผู้เรียนมีประสบการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างไปจากเดิม โดยในช่วงแรกนักเรียนไม่ค่อยมีความคิดยืดหยุ่นจะเริ่มต้นด้วยการคิดคล่องและเมื่อเรียนไปเรื่อย ๆ จึงเกิดความคิดยืดหยุ่นที่มากขึ้น (Becker, J. P. & Shimada, S., 1997) ตามที่ Imai, T. ได้กล่าวไว้ว่านักเรียนที่สามารถคิดแก้ปัญหาได้ในสถานการณ์แรกจะพบค่าความคิดยืดหยุ่นสูงขึ้นในการลงมือแก้สถานการณ์ปัญหาที่ 2 (Imai, T., 2000) โดยปัจจัยที่ส่งผลต่อความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ Saito & Akita กล่าวไว้คือ รูปแบบของการศึกษาที่ให้ความสนใจการสอบมากเกินไป ซึ่งเมื่อได้นำวิธีการแบบเปิดมาใช้ในฐานะวิธีการสอนส่งผลให้นักเรียนมีอิสระในการคิด ทำให้เกิดแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายจึงพบว่าเกิดความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมากกว่าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบเดิม (Saito & Akita, 2004) ดังที่ National Council of Teacher of Mathematics ได้กล่าวถึงการสอนคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพจะต้องเข้าใจสิ่งที่นักเรียนรู้และจำเป็นต้องเรียนรู้จากนั้นจึงท้าทายและสนับสนุนให้พวกเขาเรียนรู้ ดังนั้นการนำวิธีการแบบเปิดมาใช้ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งที่ดีสำหรับการเรียนรู้ของนักเรียน (National Council of Teacher of Mathematics (NCTM), 2000) สอดคล้อง Saito & Akita ได้กล่าวไว้ว่า ความคิดยืดหยุ่นเป็นปัจจัยสำคัญสำหรับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ (Saito & Akita, 2004)

ดังนั้นการนำนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดตามแนวคิดของ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ มาใช้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์จึงส่งผลให้นักเรียนค่อย ๆ เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนและการแสดงออกจนกระทั่งเกิดความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นหนึ่งในองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ที่เป็นทักษะที่มีความสำคัญสำหรับคนในศตวรรษที่ 21 และทีมการศึกษาชั้นเรียนยังสามารถพัฒนาชั้นเรียนคณิตศาสตร์ให้เป็นการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านการลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองของนักเรียนได้ นอกจากนั้นทีมการศึกษาชั้นเรียนยังได้เรียนรู้การออกแบบสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านการลงมือแก้ปัญหา รวมทั้งออกแบบสื่อที่ช่วยให้นักเรียนได้เกิดความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาได้มากยิ่งขึ้น (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2557)

สรุป/ข้อเสนอแนะ

นักเรียนกลุ่มเป้าหมายมีความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับตอนเตรียมบริบทชั้นเรียนช่วงแรกและเมื่อวิเคราะห์ความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดโดยเริ่มจากการสร้างแผนการสอนร่วมกันของทีมการศึกษาชั้นเรียนได้คาดการณ์แนวคิดของนักเรียนที่จะตอบสนองต่อสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด ขั้นสังเกตการสอนร่วมกันทีมได้สังเกตการสอนตามขั้นตอนของวิธีการแบบเปิดพบความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในหน่วยการเรียนรู้เรื่องพื้นที่จำนวนทั้งหมด 7 แนวคิด เช่น การเปรียบเทียบพื้นที่โดยตรง, การสร้างตารางสี่เหลี่ยมจัตุรัส, การแปลงรูปพื้นที่, การใช้สูตรการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม, การหาพื้นที่โดยการบวก, การหาพื้นที่โดยการคูณ, การใช้ความกว้างหรือความยาว ซึ่งแนวคิดที่พบส่วนใหญ่คือการสร้างตารางสี่เหลี่ยมจัตุรัส นอกจากนั้นจากการสะท้อนผลการสอนร่วมกันของทีม พบว่านักเรียนสามารถบรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้ ส่วนความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นในปีการศึกษา 2561 นักเรียนมีแนวคิดไม่หลากหลาย แต่เมื่อใช้นวัตกรรมครบหนึ่งปีการศึกษาพบว่ามีแนวคิดในการแก้ปัญหาที่หลากหลายมากขึ้นบางกิจกรรมเกิดแนวคิดที่ทีมไม่ได้คาดการณ์ไว้ ซึ่งทำให้ทีมการศึกษาชั้นเรียนเรียนรู้แนวคิดที่เกิดขึ้นในแต่ละแผนและสามารถคาดการณ์แนวคิดได้คลอบคลุมมากยิ่งขึ้น **ข้อเสนอแนะ** 1) ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้ประโยชน์ ผลการวิจัยในครั้งนี้ไปใช้ในการคาดการณ์แนวคิดของผู้เรียนที่จะเกิดขึ้น ถือว่าเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ครูเรียบเรียงแนวคิดของชั้นเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น 2) ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป การพัฒนาสื่อการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดแนวคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหานำไปสู่การเกิดความคิดยืดหยุ่นที่มากขึ้น เนื่องจากในการทำการวิจัยในครั้งนี้สังเกตเห็นได้ว่าสื่อที่ใช้ในชั้นเรียนส่งผลให้เกิดวิธีการคิดที่แตกต่างกันออกไป

เอกสารอ้างอิง

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2557). กระบวนการแก้ปัญหาในคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน. ขอนแก่น: เพ็ญพรินติ้ง จำกัด.

_____. (2561). การศึกษาชั้นเรียนด้วยวิธีการแบบเปิด: PLC ภาคปฏิบัติจริงในโรงเรียน (Open Approach Lesson Study: An Authentic PLC Practice in School). ขอนแก่น: สถาบันวิจัยและพัฒนาวิชาชีพครูสำหรับอาเซียน.

จุฬาลักษณ์ ใจอ่อน. (2551). การวิเคราะห์การก้าวข้ามภาวะยึดติดในสถานการณ์การแก้ปัญหาปลายเปิดโดยอาศัยการประเมินความคิดสร้างสรรค์. ใน วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา. มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

ประเวศ วะสี. (2544). ยุทธศาสตร์ทางปัญญาและการปฏิรูปการศึกษาที่พาประเทศพ้นวิกฤต. กรุงเทพมหานคร: พริกหวานกราฟฟิค.

ปิติพงษ์ วิริยาภรณ์ประภาส. (2560). ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด. ใน วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). คู่มือการใช้หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ระดับประถมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

Becker, J. P. & Shimada, S. (1997). The Open - Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Imai, T. (2000). The relationships between fluency and flexibility of divergent thinking in open ended mathematics situation and overcoming fixation in mathematics on Japanese junior high school. In T. Nakahara, M.Koyama (Eds.), Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Hiroshima, Japan: Hiroshima University.

Inprasitha, M. (2010). One Feature of Adaptive Lesson Study in Thailand - Designing Learning Unit. In Proceeding of the 45th Korean National Meeting of Mathematics Education Donggok University. Donggok University.

_____. (2011). Lesson Study as an Innovation for Teacher Professional Development: A Decade of Thailand Experience Paper presentation at ICER2011, Faculty of Education. Khon Kaen: Khon Kaen University.

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Washington D.C.: National Academy Press.

Nohda, N. (2000). Teaching by open - approach method in Japanese mathematics classroom. In Proceeding of the 24th conference of the international

Group for the Psychology of Mathematics Education. Hiroshima, Japan: Hiroshima University.

Saito & Akita. (2004). How to evaluate students, creativity and attitude. In Documentation of the first annual conference of the Mathematics Education Research Partnership. Khon Kaen: Khon Kaen University.

Shimizu, Y. (2007). Lesson study: What, why, and how? In H. Bass, Z. Usiskin, & G. Burill (Eds.), Studying classroom teaching as a medium for professional development: Proceedings of a US - Japan Workshop (pp. 53 - 57). Atlanta, GA: National Academices Press.

The Partnership for 21st Century Learning. (2015). Framework for 21st Century Learning. Retrieved May 14, 2018, from http://www.P21.org