



## The Effects of Discovery-Based Mathematics Instruction Using Circular Paper Folding Activities Focus on Grade 9 Students' Problem-Solving Ability on Circles

Narissara Yamansabeedin<sup>1</sup>, Songchai Ugsonkid<sup>2</sup>, and Chanisvara Lertamornpong<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Graduate Student, Mathematics Education Program, Department of Education, Faculty of Education, Kasetsart University, Bangkok, Thailand

<sup>2,3</sup>Lecturers, Teaching Mathematics Program, Department of Education, Faculty of Education, Kasetsart University, Bangkok, Thailand

<sup>1</sup>E-mail: narissara.y@ku.th, ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0000-5437-1702>

<sup>2</sup>E-mail: feduscu@ku.ac.th, ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0005-2520-8638>

<sup>3</sup>E-mail: feduclrl@ku.ac.th, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1301-3009>

Received 06/06/2025

Revised 14/06/2025

Accepted 29/07/2025

### Abstract

**Background and Aims:** Problem-solving ability is a crucial competency in mathematics learning. Students should continuously be supported in developing this ability. Discovery-based mathematics instruction provides opportunities for students to construct mathematical concepts and theories independently. This study integrated circular paper-folding activities grounded in the Concrete–Pictorial–Abstract (CPA) approach, which guides students from tangible experiences to pictorial representations and ultimately to abstract mathematical symbols. This process facilitates concept discovery and enables the application of these concepts in problem-solving contexts. The objectives of this research were: (1) to study Grade 9 students' problem-solving ability on circles after learning by discovery-based instruction using circular paper folding activities, and (2) to study students' learning behaviors during the implementation of this instructional approach.

**Methodology:** The target group consisted of 33 students from Grade 9/1, second semester of the 2024 academic year, at Nong Chok Pittayanusorn School, under the Nong Chok District Office, Bangkok. The instructional intervention comprised five lesson plans developed based on discovery learning principles and incorporating circular paper-folding activities. Research instruments included: (1) a set of five lesson plans on circles, and (2) a subjective problem-solving test consisting of four items. Quantitative data were analyzed using the arithmetic mean and percentage. Qualitative data were analyzed through students' problem-solving traces and behaviors using content analysis and behavior observation techniques.

**Results:** The findings revealed that: (1) 75.75% of the students demonstrated problem-solving ability at a good level or higher; (2) Students' performance on specific aspects of problem-solving ability was as follows: Application of theoretical concepts related to circles: Mean score of 6.81 out of 8 (85.13%). Logical reasoning: Mean score of 4.97 out of 8 (62.13%). Language use and written explanation: Mean score of 4.24 out of 8 (53.00%). (3) Most students were able to correctly apply theoretical concepts, use appropriate formulas, perform accurate





calculations, reference relevant properties or theorems, and employ proper mathematical vocabulary and coherent explanatory structures in their written responses.

**Conclusion:** Discovery-based mathematics instruction employing circular paper-folding activities enhanced students' problem-solving ability in the topic of circles. The instructional design, which emphasized students' active engagement in discovering concepts through hands-on manipulation, visual representation, and abstraction, enabled learners to internalize mathematical theories and apply them effectively in solving problems.

**Keywords:** Problem-solving Ability; Discovery-based Mathematics Instruction; Circles



## ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลมที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

นริศรา ยามันซาบีดิน<sup>1</sup>, ทรงชัย อักษรคิด<sup>2</sup> และชนิศวรา เลิศอมรพงษ์<sup>3</sup>

<sup>1</sup>นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

<sup>2,3</sup>สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

### บทคัดย่อ

**ภูมิหลังและวัตถุประสงค์:** ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถที่สำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ นักเรียนควรได้รับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่เสมอ การออกแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ค้นพบแนวคิดทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ประกอบกับการใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลมซึ่งเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete Pictorial Abstract (CPA) ที่เริ่มจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมต่อด้วยรูปภาพแล้วเชื่อมโยงสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์จนนำไปสู่การค้นพบแนวคิดทฤษฎีและสามารถนำแนวคิดทฤษฎีนั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม และ 2) เพื่อศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ขณะได้รับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม

**ระเบียบวิธีการวิจัย:** กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนหนองจอกพิทยานุสรณ์ สำนักงานเขตหนองจอก กรุงเทพมหานคร จำนวน 33 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม เรื่อง วงกลม จำนวน 5 แผน 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม เป็นข้อสอบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณใช้การคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยละ จากผลการทำแบบทดสอบ และการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพใช้การวิเคราะห์ร่องรอยการแก้ปัญหา ของนักเรียนจากทำแบบทดสอบโดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาและการวิเคราะห์พฤติกรรมของนักเรียนขณะได้รับการเรียนรู้แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม

**ผลการวิจัย:** พบว่า 1) นักเรียนร้อยละ 75.75 มีความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม อยู่ในระดับดีขึ้นไป 2) ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ด้านที่ 1 การนำแนวคิดทฤษฎีเกี่ยวกับวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหา มีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 6.81 คะแนน จากคะแนนเต็ม 8 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 85.13 ด้านที่ 2 ความสมเหตุสมผล มีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 4.97 คะแนน จากคะแนนเต็ม 8 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 62.13 และ ด้านที่ 3 การใช้ภาษาและการเรียบเรียงเขียน มีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 4.24 คะแนน จากคะแนนเต็ม 8 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 53.00 และ 3) นักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้แนวคิดทฤษฎีเกี่ยวกับวงกลมเพื่อแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ใช้สูตรเหมาะสม คำนวณถูกต้อง มีการอ้างอิงสมบัติหรือทฤษฎีเกี่ยวกับวงกลมที่เกี่ยวข้องในการอธิบาย และสนับสนุนคำตอบได้อย่างถูกต้อง และใช้ภาษาคำศัพท์คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง มีลำดับขั้นตอนการเขียนอธิบายที่ดี

**สรุปผล:** นักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม มีความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ซึ่งเกิดจากการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ แนวคิดทฤษฎีได้ด้วยตนเองผ่านกิจกรรมที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมเชื่อมต่อกับ

รูปภาพแล้วเชื่อมโยงสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์จนนำไปสู่การค้นพบแนวคิดทฤษฎีและสามารถนำแนวคิดทฤษฎีนั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

**คำสำคัญ:** ความสามารถในการแก้ปัญหา; การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบ; วงกลม

## บทนำ

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 4) พ.ศ. 2562 มาตรา 24 หมวด 4 การจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และเรียนรู้จากประสบการณ์จริง ซึ่งคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2560) ดังนั้น แนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับห้องเรียนยุคใหม่ควรให้เกิดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning) และควรเป็นกิจกรรมที่ช่วยพัฒนาการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือ ผ่านการปฏิบัติหรือลงมือทำ สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ของ John Dewey ที่ว่า “ความรู้” ที่เกิดขึ้นเป็นความรู้ที่ได้จากประสบการณ์ที่นักเรียนได้มีโอกาสลงมือทำมากกว่าการฟังเพียงอย่างเดียว

จากการสัมภาษณ์นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนหนองจอกพิทยาสรรณ์ สำนักงานเขตหนองจอก กรุงเทพมหานคร ในปีการศึกษา 2567 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาในการเรียนเรื่องเรขาคณิต จากการวิเคราะห์พบว่านักเรียนกลุ่มนี้เคยเรียนออนไลน์ในช่วงชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งเป็นช่วงที่มีเนื้อหาเรขาคณิตที่สำคัญ เช่น สมบัติของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ มุม เส้นขนาน การคำนวณพื้นที่และปริมาตร ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้เรื่องวงกลมของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เนื้อหาดังกล่าวมีลักษณะเป็นนามธรรม ส่งผลให้นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถมองเห็นภาพทางเรขาคณิตได้อย่างเป็นรูปธรรม และประสบปัญหาในการนำทฤษฎีบทต่าง ๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งสอดคล้องกับการสอบถามครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นของโรงเรียนหนองจอกพิทยาสรรณ์ สำนักงานเขตหนองจอก กรุงเทพมหานคร พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับต่ำ ขาดทักษะในการนำความรู้ที่มีไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา โดยสามารถทำได้เฉพาะโจทย์ที่มีลักษณะคล้ายคลึงกับตัวอย่างที่ได้รับการสอนจากครูเท่านั้น พฤติกรรมดังกล่าวอาจเกิดจากหลายปัจจัย เช่น การขาดความเข้าใจเชิงลึกในเนื้อหาคณิตศาสตร์ วิธีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการท่องจำมากกว่าการสร้าง ความเข้าใจ การเรียนรู้ที่ขาดการเชื่อมโยงกับประสบการณ์จริง รวมถึงลักษณะของเนื้อหาคณิตศาสตร์บางส่วน โดยเฉพาะในหัวข้อเรขาคณิต ซึ่งมักนำเสนอในรูปแบบนามธรรม และต้องอาศัยการมองภาพในเชิงจินตนาการ เช่น การเข้าใจมุม มุมภายในของรูปหลายเหลี่ยม การหมุนสะท้อน การพิสูจน์เกี่ยวกับเรขาคณิต เป็นต้น ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนจำนวนมากยังไม่สามารถเชื่อมโยงกับประสบการณ์หรือสื่อรูปธรรมได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ ยังพบว่า นักเรียนมักขาดโอกาสในการฝึกคิดวิเคราะห์ และไม่ได้รับการส่งเสริมให้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยตนเองอย่างต่อเนื่อง ผู้วิจัยจึงสนใจพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

การจัดการเรียนรู้รูปแบบหนึ่งที่สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้ คือ การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ (Discovery Learning) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนค้นหาความรู้ด้วยตนเอง

ในลักษณะการสำรวจค้นหา โดยมีครูช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง และช่วยให้คำปรึกษา แนะนำตามความสนใจให้นักเรียนเกิดความใฝ่รู้ตามความเหมาะสมกับความรู้ (ทิตนา แชมมณี, 2550) ซึ่งการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบในการวิจัยนี้แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นนำและทบทวน 2) ขั้นเรียนรู้ และค้นพบ 3) ขั้นสรุปความเข้าใจ และ 4) ขั้นการนำไปใช้ ซึ่งข้อดีของการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบช่วยให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล จดจำสิ่งที่พบได้และเข้าใจอย่างแจ่มแจ้ง ช่วยให้นักเรียนมีพัฒนาการทางด้านความคิด ปฏิบัติงานนิยักรการค้นคว้าเพื่อหาคำตอบด้วยตนเอง มีวิธีสร้างความรู้ด้วยตนเอง ทักษะที่ได้จากการค้นพบ จะถ่ายทอดไปยังการเรียนเรื่องใหม่ได้โดยง่าย (สุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ, 2545) และผู้วิจัยเลือกใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลมในชั้นเรียนรู้และค้นพบ เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ CPA ที่เริ่มจากให้นักเรียนได้ลงมือพับกระดาษแผ่นวงกลมซึ่งเป็นสิ่งที่เป็นรูปธรรมจับต้องได้ต่อด้วยรูปภาพแล้ว เชื่อมโยงสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียน สามารถมองความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมได้อย่างเป็นรูปธรรม โดยใช้สื่อที่เหมาะสมกับเนื้อหาที่ผู้เรียนได้รับ ซึ่งครูคอยเป็นผู้สนับสนุนและให้คำแนะนำ (Ministry of Education Singapore, 2013)

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องและปัญหาดังกล่าว ทำให้ผู้วิจัยสนใจการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม มาใช้ในการจัดการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

### วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม
2. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ขณะได้รับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม

### การทบทวนวรรณกรรม

#### การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบ

ทิตนา แชมมณี (2550) ได้กล่าวว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบเป็นการจัดสภาพการณ์ของการเรียนการสอนที่ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนดำเนินการศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง โดยมีครูช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง และช่วยให้คำปรึกษาแนะนำตามความเหมาะสม

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545) กล่าวถึงวิธีการสอนแบบค้นพบมีขั้นตอน ดังนี้ 1) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ครูกระตุ้นและเร้าความสนใจของนักเรียนให้สนใจที่จะศึกษาบทเรียน 2) ขั้นเรียนรู้ ประกอบด้วย (2.1) ครูใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยในตอนแรก เพื่อให้นักเรียนค้นพบข้อสรุป (2.2) ครูใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย เพื่อให้นักเรียนนำข้อสรุปที่ได้ในข้อ (2.1) ไปใช้เพื่อเรียนรู้หรือค้นพบข้อสรุปใหม่ในขั้นตอนที่ 2 โดยอาศัยเทคนิคการซักถาม ได้ตอบ หรืออภิปราย และ 3) ขั้นนำไปใช้ ครูให้นักเรียนนำเสนอแนวทางการนำข้อค้นพบที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาอาจจะใช้วิธีการให้ทำแบบฝึกหัดหรือแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อประเมินผลว่านักเรียนเกิดการเรียนรู้จริงหรือไม่

#### แนวคิด Concrete Pictorial Abstract (CPA)

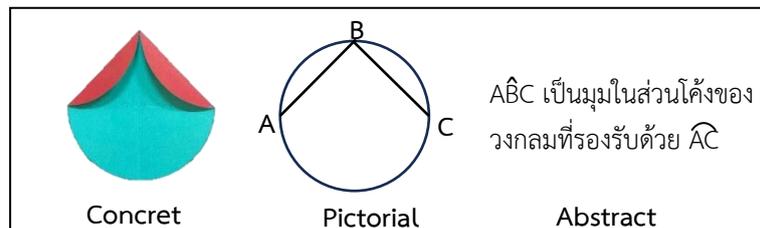
Wong (2015) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA มีจุดกำเนิดจากนักการศึกษาของประเทศสิงคโปร์ โดยได้รับแนวคิดมาจากทฤษฎีของบรูเนอร์ที่ผู้วิจัยได้กล่าวไว้ข้างต้น ประกอบไปด้วยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นการสอนเชิงรูปธรรม (Concrete) เป็นขั้นการเรียนรู้กับประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม โดยในขั้นนี้นักเรียนควรได้มีปฏิสัมพันธ์กับวัตถุที่จับต้องได้ที่มีความเกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ มากกว่าดูการสาธิตของครู เช่น การพับกระดาษ การตัดกระดาษ การวัด

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นการสอนเชิงรูปภาพ (Pictorial) เป็นขั้นการเรียนรู้ซึ่งใช้รูปภาพหรือแผนภาพที่เป็นตัวแทนของวัตถุที่จับต้องได้จากขั้นการสอนเชิงรูปธรรม โดยรูปภาพหรือแผนภาพที่ใช้สามารถแบ่งเป็น 2 ประเภท ได้แก่ 1) ความหมายโดยตรง (Literal) หมายถึง การวาดรูปภาพซึ่งเลียนแบบวัตถุจริง เช่น วาดภาพแอปเปิล 4 ผล แทนจำนวนแอปเปิลจริง 4 ผล 2) ความหมายเชิงสัญลักษณ์ (Iconic) หมายถึง การวาดภาพซึ่งเป็นสัญลักษณ์เพื่อแทนวัตถุจริงหรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เช่น การวาดภาพจุด 4 จุด แทนแอปเปิล 4 ผล หรือการวาดภาพรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในเนื้อหาเรขาคณิต ซึ่งมีการใช้สัญลักษณ์ขีดเพื่อแสดงความเท่ากันของด้านทั้งสี่ และใช้สัญลักษณ์เพื่อแสดงความเท่ากันของด้านทั้งสี่ และใช้สัญลักษณ์เพื่อแสดงมุมฉากทั้งสี่มุม

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นการสอนเชิงนามธรรม (Abstract) เป็นขั้นการใช้สัญลักษณ์เพื่อเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ สัญลักษณ์ที่ต่างกันอาจหมายถึงสิ่งเดียวกัน เช่น  $2x$  และ  $x + x$

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงเลือกใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลมมาใช้ในขั้นตอนที่ 2 ของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบ คือ ขั้นเรียนรู้และค้นพบ



ภาพที่ 1 กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลมตามแนวคิด CPA

สำหรับงานวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. **ขั้นนำและทบทวน** ใช้กิจกรรมกระตุ้นความสนใจสำหรับทบทวนความรู้เดิมที่จะนำมาใช้เรียนรู้เรื่องวงกลม

2. **ขั้นเรียนรู้และค้นพบ** ใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย โดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลมเพื่อให้นักเรียนค้นพบข้อสรุปและเขียนเป็นข้อความคาดการณ์ และใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยเพื่อพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ โดยใช้วิธีการถามตอบและอภิปราย

3. **ขั้นสรุปความเข้าใจ** นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ เรื่อง วงกลม ที่ได้ค้นพบ และนำมาอภิปรายร่วมกัน

4. **ขั้นการนำไปใช้** ครูใช้คำถามระบุด้อย่างเพิ่มเติม แล้วให้นักเรียนนำความรู้ เรื่อง วงกลม ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ

#### ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

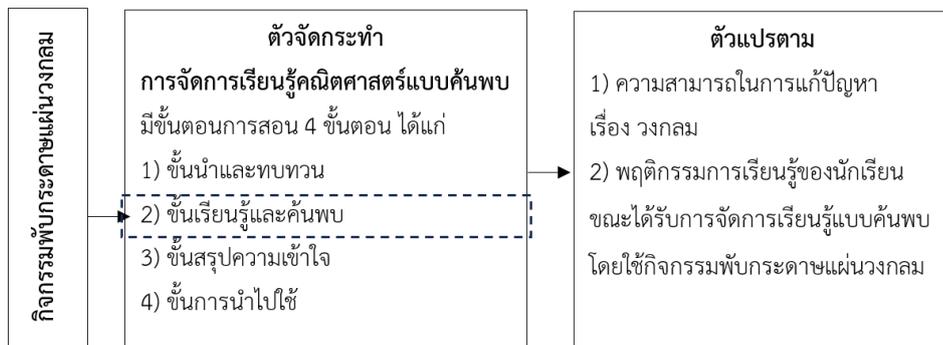
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2560) ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผนแก้ปัญหาและเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

สำหรับงานวิจัยนี้ ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ ทักษะและความเข้าใจไปประยุกต์ใช้ในการหาคำตอบของปัญหา สำหรับขอบเขตเนื้อหาคณิตศาสตร์ในงานวิจัย นี้ คือ มุมที่จุดศูนย์กลาง มุมในส่วนโค้งของวงกลม มุมในครึ่งวงกลม และรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม พิจารณา ความสามารถย่อยของนักเรียน 3 ด้าน ดังนี้ 1) การนำแนวคิดทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหา 2) ความสมเหตุสมผล และ 3) การใช้ภาษาและการเรียบเรียงเขียน

**พฤติกรรมการเรียนรู้** หมายถึง การกระทำหรือกิจกรรมที่นักเรียนแสดงออกเพื่อพัฒนาในด้านความรู้ เจตคติ และทักษะตามจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้

### กรอบแนวคิดการวิจัย

กรอบแนวคิดแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรระหว่างตัวจัดกระทำ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม ที่ส่งผลต่อตัวแปรตาม คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม และพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนขณะได้รับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับ กระดาษแผ่นวงกลม โดยกรอบแนวคิดแสดงดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 กรอบแนวคิดการวิจัย

### ระเบียบวิจัย

#### 1. การกำหนดกลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนหนองจอกพิทยาสรรพ์ สำนักงานเขตหนองจอก กรุงเทพมหานคร จำนวน 33 คน ซึ่งได้มาจากการ เลือกแบบเจาะจง

#### 2. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือในการวิจัยครั้งนี้ มี 2 ชนิด ได้แก่

**2.1 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม เรื่อง วงกลม** มีจำนวน 6 แผน 10 คาบ คาบละ 50 นาที ในแต่ละแผนการเรียนรู้จะมีกิจกรรมพับกระดาษแผ่น วงกลมเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้และค้นพบแนวคิดทฤษฎีเกี่ยวกับวงกลมในขั้นตอนที่ 2

**2.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม** ซึ่งประกอบด้วยข้อสอบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ คะแนนรวม 24 คะแนน ผู้วิจัยนำแบบทดสอบพร้อมเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของข้อสอบกับสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การ เรียนรู้ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Item Objective Congruence : IOC) พบว่า ข้อสอบ ทุกข้อมีค่า IOC เท่ากับ 1 ซึ่งถือว่าเป็นข้อสอบที่สามารถนำไปใช้ได้

### 3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

3.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบ โดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 6 แผน 10 คาบ คาบละ 50 นาที

3.2 เมื่อดำเนินการสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม มาทำการทดสอบหลังเรียนกับกลุ่มเป้าหมายในคาบที่ 11 โดยใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง

### 4. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณโดยนำคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม มาคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยละ และวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพโดยพิจารณาจากร่องรอยการแก้ปัญหาของนักเรียนจากการทำแบบทดสอบโดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาและวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียนนักเรียนได้รับการเรียนรู้แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม

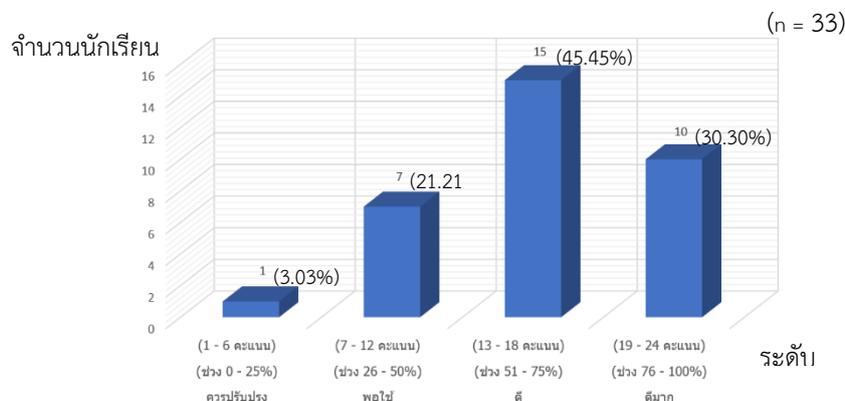
## ผลการวิจัย

ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม

### 1.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

#### 1.1.1 ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ในภาพรวม

ในการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลมในภาพรวมสามารถจำแนกระดับได้ตามภาพที่ 3 ต่อไปนี้



ภาพที่ 3 แผนภูมิแท่งจำแนกจำนวนนักเรียนตามความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ในภาพรวม

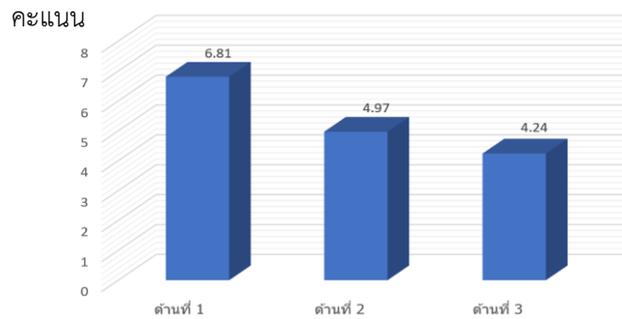
จากภาพที่ 3 พบว่าผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม แสดงให้เห็นว่าจำนวนนักเรียน 25 คน จาก 33 คน คิดเป็นร้อยละ 75.75 อยู่ในระดับดีขึ้นไป

#### 1.1.2 ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม จำแนกตามรายด้าน

ในการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม จากผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม มีทั้งหมด 4 ข้อ คะแนนเต็ม 24 คะแนน ผู้วิจัยแบ่งเป็น 3 ด้าน ดังนี้

1. การนำแนวคิดทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหา      คะแนนเต็ม 8 คะแนน
2. ความสมเหตุสมผล      คะแนนเต็ม 8 คะแนน
3. การใช้ภาษาและการเรียบเรียงเขียน      คะแนนเต็ม 8 คะแนน

ได้ผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามภาพที่ 4 ต่อไปนี้



ภาพที่ 4 แผนภูมิแท่งคะแนนเฉลี่ยตามความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ตามรายด้าน

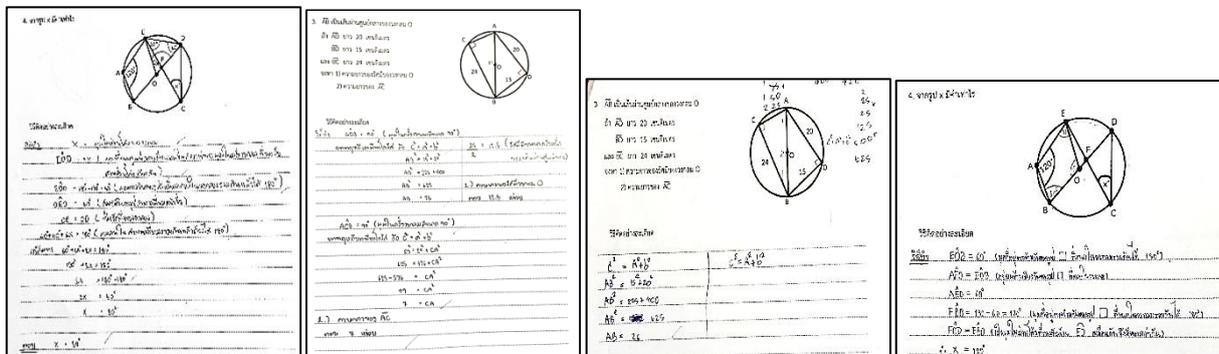
จากภาพที่ 4 พบว่า ด้านที่ 1 การนำแนวคิดทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหา มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 6.81 คะแนน จากคะแนนเต็ม 8 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 85.13 ด้านที่ 2 ความสมเหตุสมผล มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.97 คะแนน จากคะแนนเต็ม 8 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 62.13 และด้านที่ 3 การใช้ภาษาและการเรียบเรียงเขียน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.24 คะแนน จากคะแนนเต็ม 8 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 53.00

### 1.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ในการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม จากผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยแบ่งเป็น 3 ด้าน ขอยกตัวอย่างร่องรอยการทำในแต่ละด้าน ดังนี้

#### ด้านที่ 1 การนำแนวคิดทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหา

จากการสังเกตร่องรอยในการทำแบบทดสอบของนักเรียน พบว่า นักเรียนสามารถเลือกใช้ทฤษฎีบทได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน จนนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง ดังตัวอย่างภาพที่ 5 ต่อไปนี้



(ก)

(ข)

(ค)

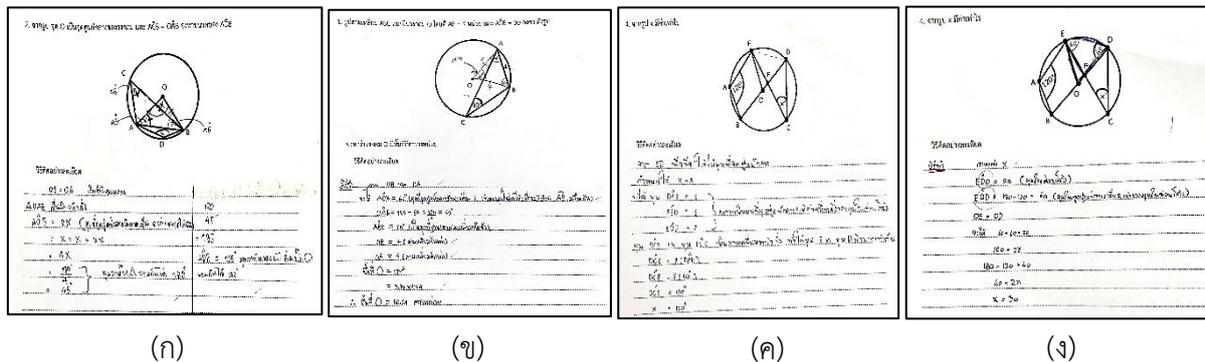
(ง)

ภาพที่ 5 ร่องรอยการทำแบบทดสอบของนักเรียน

จากภาพที่ 5 พบว่า ภาพ (ก) นักเรียนสามารถระบุได้ว่า มุม  $E\hat{O}D = 2x$  ซึ่งระบุเหตุผลว่าเลือกใช้ทฤษฎีบทที่ว่า มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งรองวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน และสามารถเลือกใช้ทฤษฎีบทที่ว่า มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมรวมกันได้ 180 องศา และภาพ (ข) นักเรียนสามารถเลือกใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม ที่ว่า มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา ได้อย่างถูกต้อง และมีนักเรียนบางคนที่ใช้ทฤษฎีบทที่ได้ถูกต้อง แต่ไม่ได้ระบุทฤษฎีบทแต่ทำร่องรอยในภาพ ดังภาพ (ค) นักเรียนทำสัญลักษณ์มุมฉากที่  $A\hat{C}B$  และ  $A\hat{D}B$  แสดงให้เห็นว่า นักเรียนทราบว่ามุมทั้งสองเป็นมุมในครึ่งวงกลมเป็นมุมฉาก เป็นไปตามทฤษฎีบทที่ว่า มุมในครึ่งวงกลมเป็นมุมฉากมีขนาด 90 องศา แต่ไม่ได้ระบุทฤษฎีบทในการแสดงวิธีทำ และในภาพ (ง) บรรทัดที่ 1 นักเรียนระบุค่า  $E\hat{O}B = 60^\circ$  โดยให้เหตุผลว่าเป็นไปตามทฤษฎีบทที่ว่า มุมที่อยู่ตรงข้ามกันของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมรวมกันได้  $180^\circ$  ซึ่งไม่ถูกต้อง ที่ถูกต้อง คือ มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม คือ  $E\hat{D}O$  บรรทัดที่ 2 นักเรียนระบุว่า  $A\hat{E}O = E\hat{O}B$  เพราะเป็นมุมอยู่บนข้างเดียวกันของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม ซึ่งไม่ถูกต้อง ส่งผลให้ในบรรทัดที่ 5 นักเรียนระบุว่า  $F\hat{C}D = E\hat{B}O$  โดยอ้างว่าเป็นไปตามทฤษฎีบทที่ว่า มุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วย ED เหมือนกันจึงมีขนาดเท่ากัน ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง

## ด้านที่ 2 ความสมเหตุสมผล

จากการสังเกตร่องรอยในการทำแบบทดสอบของนักเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล ดังตัวอย่างภาพที่ 6 ต่อไปนี้



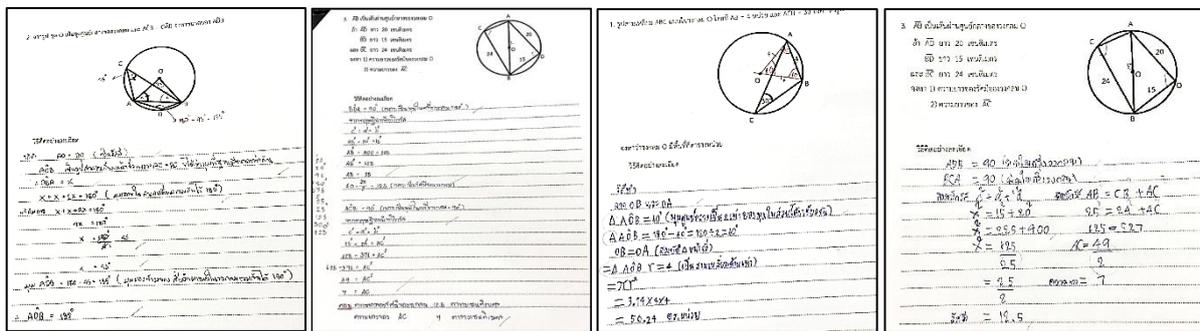
ภาพที่ 6 ร่องรอยการทำแบบทดสอบของนักเรียน

จากภาพที่ 6 พบว่า ภาพ (ก) นักเรียนสามารถเขียนเลือกใช้ทฤษฎีบทหรือเขียนเป็นสูตรได้อย่างถูกต้อง ซึ่งนักเรียนระบุว่า  $OB = OA$  อ้างเหตุผลว่าเป็นรัศมีของวงกลม ทำให้  $\triangle OAB$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และในบรรทัดถัดไปนักเรียนระบุว่า  $A\hat{O}B = 2x$  อ้างเหตุผลว่ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเป็น 2 เท่าของมุมในส่วนโค้ง และมีการคำนวณได้อย่างถูกต้อง จนได้ค่าของ  $x = 45^\circ$  จากนั้นนักเรียนสามารถหาค่าของ  $A\hat{D}B$  ได้เท่ากับ  $135^\circ$  ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง พร้อมอ้างเหตุผลว่าใช้ทฤษฎีบทที่ว่า มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมรวมกันได้ 180 องศา และภาพ (ข) นักเรียนสามารถเขียนสมการ รวมถึงคำนวณผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้อง เมื่อสังเกตในภาพ นักเรียนระบุว่า  $A\hat{O}B = 60^\circ$  มีการอ้างเหตุผลว่า มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเป็น 2 เท่าของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วย AB เหมือนกัน และในบรรทัดถัดมานักเรียนระบุว่า  $A\hat{B}O = 60^\circ$  พร้อมอ้างเหตุผลได้ว่าเป็นมุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว นักเรียนระบุว่า  $OB = 4$  และ  $OA = 4$  อ้างเหตุผลได้ว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า หลังจากนั้นนักเรียนสามารถคำนวณได้อย่างถูกต้องจนได้มาซึ่งคำตอบที่

ถูกต้อง ในภาพ (ค) นักเรียนกำหนดให้ค่าของ  $x = 4$  จะได้  $\widehat{DFE} = 2$ ,  $\widehat{FED} = 2$  และ  $\widehat{EDF} = 2$  โดยอ้างเหตุผลว่า เพราะเป็นมุมที่จุดศูนย์กลางจะมีค่าครึ่งหนึ่งของมุมในส่วนโค้ง ซึ่งนักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์อธิบายไม่ถูกต้องและไม่สมเหตุสมผล และนักเรียนระบุว่า  $\widehat{DCE} = 2(\widehat{DFE})$  จากนั้นในบรรทัดถัดไปแทนค่า  $\widehat{DFE} = 60^\circ$  แต่ไม่ได้ให้เหตุผลว่าค่าดังกล่าวนำมาจากส่วนใด ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้องและไม่สมเหตุสมผล และในภาพ (ง) นักเรียนระบุว่า  $\widehat{EDO} = 2x$  โดยให้เหตุผลว่าเป็นมุมในส่วนโค้ง ซึ่งไม่ถูกต้อง และในบรรทัดที่ 5 นักเรียนไม่มีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์อธิบายหรือแสดงแนวคิด ข้อสรุป ประกอบคำตอบ

### ด้านที่ 3 การใช้ภาษาและการเรียบเรียงเขียน

จากการสังเกตร่องรอยในการทำแบบทดสอบของนักเรียน พบว่า นักเรียนสามารถใช้ภาษาและคำศัพท์คณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง มีลำดับขั้นตอนในการเขียนอธิบาย ดังตัวอย่างภาพที่ 7 ต่อไปนี้



(ก)

(ข)

(ค)

(ง)

ภาพที่ 7 ร่องรอยการทำแบบทดสอบของนักเรียน

จากภาพที่ 7 พบว่า ภาพ (ก) นักเรียนสามารถเขียนเรียบเรียงตามลำดับขั้นตอน เริ่มจากสิ่งที่นักเรียนรู้ก่อน คือ  $AO = BO$  จากนั้นกำหนดให้  $\widehat{OBA} = x$  และใช้สมบัติของผลรวมของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมตั้งสมการเพื่อหาค่าของ  $x$  แต่ใช้ภาษายังไม่สมบูรณ์ ในภาพ (ข) นักเรียนสามารถเขียนเรียบเรียงตามลำดับขั้นตอน เริ่มจากการวิเคราะห์ว่า  $\widehat{BDA} = 90^\circ$  จากนั้นใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเพื่อหาความยาวด้าน  $AB$  แสดงขั้นตอนการหาค่าตอบอย่างเป็นขั้นตอน และสามารถหาค่าของรัศมี คือ  $AO$  ได้เท่ากับ 12.5 พร้อมทั้งอ้างเหตุผลว่าเพราะเป็นรัศมีของวงกลม ( $AO = AB/2$ ) ภาพ (ค) นักเรียนสามารถเขียนเรียบเรียงตามลำดับขั้นตอน แต่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ปะปนกันไปหมดไม่ว่าจะเป็นสัญลักษณ์ของมุม สัญลักษณ์ของรูปสามเหลี่ยม การใช้เครื่องหมายเท่ากับ และในภาพ (ง) นักเรียนสามารถเขียนเรียบเรียงตามลำดับขั้นตอน แต่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง เขียนสมการความสัมพันธ์ของพีทาโกรัสไม่ถูกต้อง นักเรียนเขียนเป็น  $c^2 + a^2 + d^2$  และแทนค่า  $x$  แต่ไม่ได้ระบุว่า  $x$  แทนความยาวของด้านใด จากนั้นนักเรียนนำ  $25/2$  และสรุปว่ารัศมี = 12.5 รวมถึงการใช้ภาษาในบรรทัดหนึ่งนักเรียนระบุว่า  $625 = 527$  และสรุปว่า  $AC = 49/2$  สุดท้ายตอบความยาว = 7 แต่ไม่ได้ระบุชัดเจนว่าความยาวของด้านใด

ตอนที่ 2 พฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนขณะได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม

จากการศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนขณะได้รับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม ผู้วิจัยได้ข้อมูลจากการลงมือทำกิจกรรม และอภิปรายในชั้นเรียน โดยนำเสนอผ่านทั้ง 4 ขั้นตอน ดังนี้

### 1. ขั้นนำและทบทวน

ในขั้นนำและทบทวน ครูสนทนาเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน ครูให้นักเรียนลองใช้ดินสอปักลงไปบนกระดาษแผ่นวงกลมที่แสดงตำแหน่งจุดศูนย์กลางของวงกลม ครูถามนักเรียนว่า “มีวิธีตรวจสอบอย่างไร” นักเรียนตอบว่า “พับครึ่งกระดาษ คลี่ออกแล้วพับครึ่งอีกครั้ง ให้เกิดจุดตัดตรงกลางนั่นคือจุดศูนย์กลาง” หลังจากนั้นในคาบเรียนต่อไปก่อนเรียนรู้เนื้อหาใหม่ครูจะใช้คำถามทบทวนความรู้เดิมและเชื่อมโยงเพื่อให้นักเรียนค้นพบความรู้ใหม่

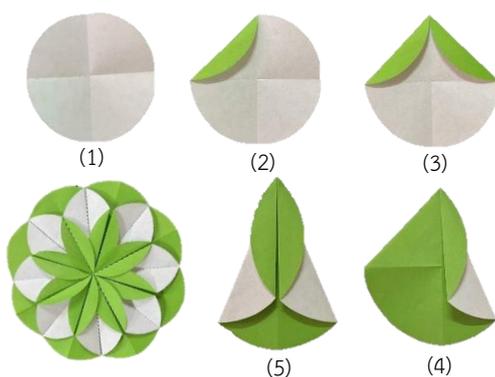
### 2. ขั้นเรียนรู้และค้นพบ

ในขั้นเรียนรู้และค้นพบ นักเรียนได้เรียนรู้และค้นพบแนวคิดทฤษฎีได้ด้วยตนเอง โดยสังเกตความสัมพันธ์จากการทำกิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลมที่ครูเตรียมไว้ ดังนี้

**กิจกรรมที่ 1 ทบทวนส่วนประกอบของวงกลมและชนิดของมุม** นักเรียนได้รับการทบทวนความรู้เกี่ยวกับส่วนต่าง ๆ ของวงกลม เช่น จุดศูนย์กลาง เส้นผ่านศูนย์กลาง รัศมี รวมถึงมุมชนิดต่าง ๆ ได้แก่ มุมแหลม มุมป้าน มุมตรง มุมกลับ ผ่านการพับกระดาษแผ่นวงกลม และแบ่งตามชนิดของมุม (ดังภาพที่ 8) ครูถามนักเรียนว่า “มุมแต่ละชนิดมีความเหมือนกันอย่างไร” นักเรียนคนหนึ่งตอบว่า “จุดยอดอยู่ที่จุดศูนย์กลาง” และนักเรียนคนอื่น ๆ ตอบพร้อมกันว่า “มีรัศมีเป็นแขนของมุม” หลังจากที่ครูแนะนำว่ามุมเหล่านี้เรียกว่ามุมที่จุดศูนย์กลาง นักเรียนสามารถเขียนสรุปได้ว่า มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางเป็นจุดยอดคดมุมและมีรัศมีเป็นแขนของมุม ในทำนองเดียวกันมุมในส่วนโค้งของวงกลมนักเรียนสังเกตได้ว่า มุมในส่วนโค้งของวงกลมมีจุดยอดมุมบนวงกลมและแขนทั้งสองตัดวงกลม อย่างไรก็ตาม ในช่วงแรกพบว่า



ภาพที่ 8 แบ่งตามชนิดของมุม



ภาพที่ 9 ขั้นตอนการพับกลีบดอกไม้

มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาด 90 องศา และกลีบดอกไม้แต่ละกลีบเป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมเมื่อนำกลีบดอกไม้มาวางที่ฐานของดอกไม้ นักเรียนสังเกตเห็นว่า 1 ส่วนของกลีบดอกไม้จะใช้กลีบดอกไม้ 2 ชิ้น

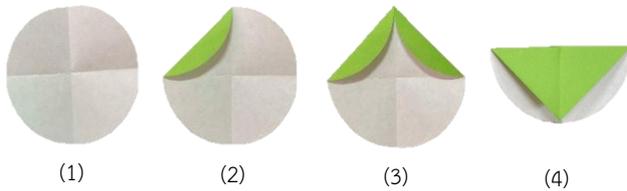
นักเรียนบางคนสับสนคำศัพท์ เช่น “แขนของมุม” และ “จุดยอด” แต่เมื่อครูทบทวนและยกตัวอย่างประกอบ นักเรียนก็สามารถเรียนรู้อย่างเข้าใจ และตอบคำถามในแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง

**กิจกรรมที่ 2 ค้นพบความสัมพันธ์ของมุมผ่านกิจกรรม “พับดอกไม้”** นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมผ่านกิจกรรมพับดอกไม้ นักเรียนสังเกตว่าแต่ละมุมของฐานดอกไม้เป็น



ภาพที่ 10 ทำดอกไม้

(ดังภาพที่ 10) ดังนั้น สรุปได้ว่ามุมของกลีบดอกไม้แต่ละกลีบมีขนาด 45 องศา จากนั้นครูชวนนักเรียนสังเกต ส่วนโค้งที่รองรับมุมที่ฐานของดอกไม้และมุมของกลีบดอกไม้ นักเรียนพบว่าส่วนโค้งของฐานดอกไม้กับส่วนโค้งของกลีบดอกไม้ยาวเท่ากัน นักเรียนอภิปรายผลจากสังเกตและเขียนข้อความคาดการณ์ได้ว่า “มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งที่เท่ากัน” และมีนักเรียนบางคนไม่สามารถเขียนข้อความคาดการณ์ได้ ครูพยายามใช้คำถาม เช่น ถ้าฐานดอกไม้ (มุมที่จุดศูนย์กลาง) มีขนาด 60 องศา แล้วกลีบดอกไม้มีขนาดกี่องศา นักเรียนตอบได้ว่า “30 องศา” ถ้าฐานดอกไม้มีขนาด 80 องศา แล้วกลีบดอกไม้มีขนาดกี่องศา นักเรียนตอบได้ว่า “40 องศา” และมีนักเรียนคนหนึ่งพูดขึ้นว่า “อ้อ...มันเป็นครึ่งหนึ่ง” “กลีบดอกไม้เป็นครึ่งหนึ่งของฐานดอกไม้” นักเรียนจึงค้นพบว่าทฤษฎีว่า “มุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของมุมที่จุดศูนย์กลาง” นอกจากนี้กิจกรรมพับดอกไม้ยังทำให้นักเรียนค้นพบทฤษฎีที่ว่า “มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งที่เท่ากันมีขนาดเท่ากัน” ซึ่งนักเรียนพบว่ากลีบดอกไม้แต่ละกลีบมีมุมเท่ากันและส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นยาวเท่ากัน ในส่วนของการพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ครูใช้วิธีการตอบประกอบการพิสูจน์



ภาพที่ 11 ขั้นตอนการพับมุมในครึ่งวงกลม

นักเรียนว่า “ทราบได้อย่างไรว่ามีขนาด 90 องศา” นักเรียนตอบว่า “นำมาทาบทับมุมหนึ่งสี่ครั้ง” ทำให้นักเรียนคาดการณ์ว่ามุมในครึ่งวงกลมเป็นมุมฉากหรือมีขนาด  $90^\circ$  จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันพิสูจน์สิ่งที่ได้ค้นพบ เนื่องจากผลรวมของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ  $180^\circ$  จะได้ว่า  $2(\hat{1}) + 2(\hat{2}) = 180^\circ$  และ  $\hat{1} + \hat{2} = 90^\circ$  ดังนั้นมุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา

**กิจกรรมที่ 4 รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม** เมื่อพับกระดาษเพื่อสร้างรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม นักเรียนสังเกตว่าเมื่อนำมุมตรงข้ามมาต่อกันจะได้มุมตรงซึ่งขนาด  $180^\circ$  จึงสร้างข้อความคาดการณ์ว่า “มุมตรงข้ามกันของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมรวมกันได้  $180$  องศา

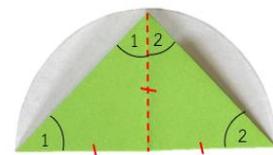
**กิจกรรมที่ 5 การประยุกต์แก้ปัญหาด้วยรอยพับ** นักเรียนได้นำความรู้จากกิจกรรมพับกระดาษไปใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องวงกลม โดยเรียนรู้ว่าสามารถลากเส้นเพิ่มในรูปเรขาคณิตตามโจทย์ได้อย่างมีเหตุผล เป็นการเชื่อมโยงทักษะการสังเกตกับการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ

จากการทำกิจกรรมผู้วิจัย พบว่า ขั้นตอนการพิสูจน์ข้อความคาดการณ์เป็นขั้นที่ยากที่สุดสำหรับนักเรียน

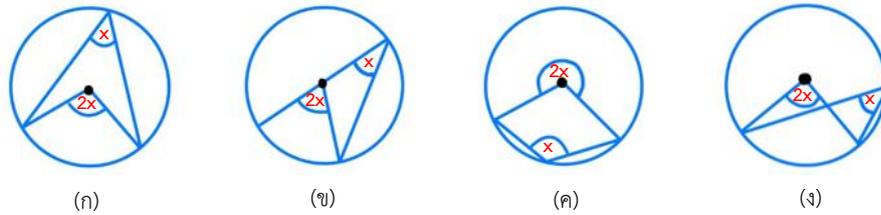
**3. ขั้นสรุปความเข้าใจ** ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ว่าสอดคล้องกับทฤษฎีบทที่มีคนค้นพบไว้ก่อนหน้านี้แล้ว และเขียนเป็นแผนภาพเพื่อให้เข้าใจง่ายขึ้น ดังตัวอย่างภาพที่ 13 ต่อไปนี้

### กิจกรรมที่ 3 มุมในครึ่งวงกลม

นักเรียนพับกระดาษเพื่อสร้างมุมในครึ่งวงกลมของตนเองและเปรียบเทียบกับของเพื่อน ๆ ซึ่งนักเรียนพบว่ามุมในครึ่งวงกลมของทุกคนมีขนาดเท่ากัน และเท่ากับ 90 องศา ครูถาม



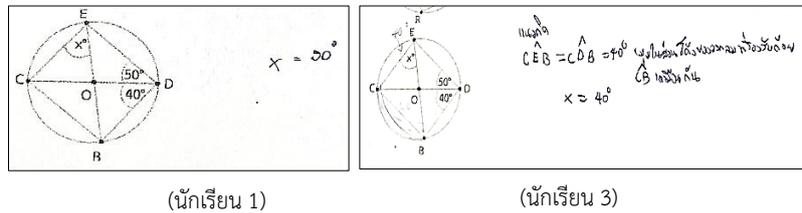
ภาพที่ 12 พิสูจน์มุมในครึ่งวงกลม



ภาพที่ 13 มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

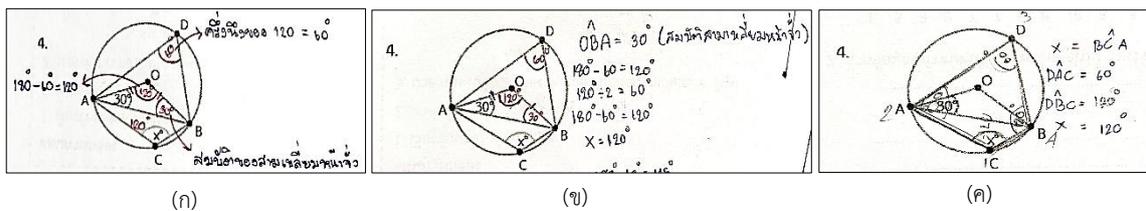
เมื่อสรุปเป็นแผนภาพผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทที่ค้นพบไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ดี

4. **ขั้นการนำไปใช้** จากการสังเกตร่องรอยในการทำแบบฝึกหัด พบว่า นักเรียนสามารถนำแนวคิดทฤษฎีบทที่ค้นพบไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และในขณะที่ทำแบบฝึกหัดนักเรียนมีการสนทนากันถึงคำตอบของเพื่อนนักเรียน 1 และคำตอบของเพื่อนนักเรียน 3 ดังภาพที่ 14 ต่อไปนี้



ภาพที่ 14 ร่องรอยการทำแบบฝึกหัดของนักเรียน

จากภาพที่ 14 โจทย์ให้นักเรียนหาค่าของ  $x$  ซึ่งนักเรียนมีการสนทนาถึงแนวคิดในการหาคำตอบ ดังนี้ นักเรียน 1 พูดว่า “มันยังไม่อะ” นักเรียน 2 จึงตอบด้วยคำถามว่า “แล้ว 50 นี่มาได้ไง” จากนั้นนักเรียน 3 พูดขึ้นว่า “เราว่ามัน 40 เพราะว่ามันเป็นโค้งเดียวกัน เนี่ยเพราะว่ามันมาโค้งเดียวกัน อันนี้ก็มาโค้งเดียวกันมันก็จะ เป็น 40 ถ้าดูโค้งต้องดูจากมุม”



ภาพที่ 15 ร่องรอยการทำแบบฝึกหัดของนักเรียน

จากภาพที่ 15 พบว่า ภาพ (ก) นักเรียนเขียนค่ามุมและเส้นช่วยลงในรูป ใช้ค่ามุมที่ทราบแล้วมาหาค่ามุมที่ต้องการ พยายามใส่เหตุผลประกอบคำตอบ เช่น  $\angle ABO = 30^\circ$  เพราะสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แต่ไม่ได้ระบุขึ้นอย่างเป็นระบบว่าเริ่มจากส่วนใดก่อน และแสดงการคำนวณค่า เช่น  $180 - 60 = 120$  แต่ไม่ได้ระบุเหตุผลหรือทฤษฎีอ้างอิงว่าเพราะเหตุใดจึงคำนวณอย่างนั้น ในภาพ (ข) นักเรียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่ชัดเจน มีลำดับ เริ่มจากบรรทัดที่ 1 ระบุว่า  $\angle OBA = 30^\circ$  อ้างเหตุผลว่าสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว พร้อมทั้งระบุค่ามุมที่ทราบแล้วลงในภาพโจทย์ บรรทัดที่ 2 นำ  $180 - 60 = 120$  ซึ่งไม่ได้ระบุว่า เป็นค่าของมุมใด แต่ระบุในภาพว่าเป็นค่าของ  $\angle AOB$  ในทำนองเดียวกันบรรทัดที่ 3 และ 4 ซึ่งในบรรทัดที่ 2 - 4 ไม่ได้อ้างอิงเหตุผล

หรือทฤษฎี และในภาพ (ค) นักเรียนระบุในบรรทัดที่ 2 และ 3 ว่า  $\widehat{AOB} = 60^\circ$  และ  $\widehat{DBC} = 120^\circ$  ตามลำดับ แต่ไม่มีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์อธิบายหรือแสดงแนวคิด ข้อสรุป ประกอบคำตอบ

### อภิปรายผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลมที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประเด็นอภิปราย ดังนี้

1. ผลการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ด้วยการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนร้อยละ 75.75 มีความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม อยู่ในระดับดีขึ้นไป ทั้งนี้เพราะนักเรียนกลุ่มเป้าหมายได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ค้นพบแนวคิดทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ประกอบกับการใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลมซึ่งเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete Pictorial Abstract (CPA) ที่เริ่มจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมต่อด้วยรูปภาพแล้วเชื่อมโยงสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์จนนำไปสู่การค้นพบแนวคิดทฤษฎีและสามารถนำแนวคิดทฤษฎีนั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งสอดคล้องกับข้อค้นพบจากงานวิจัยของ กรรณิการ์ จักรกรร (2012) ที่ว่าการสอนแบบค้นพบโดยการแนะแนวทาง เป็นการสอนที่ครูพยายามดึงความรู้ที่มีอยู่ในตัวนักเรียนออกมาใช้ โดยอาศัยคำถามหรือการอธิบายที่ได้เตรียมไว้เป็นอย่างดี เพื่อนำไปสู่การค้นพบความคิดรวบยอดหรือหลักการต่าง ๆ แต่ละขั้นตอนเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ตรง โดยมีกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนได้รับความรู้ตามลำดับความยากง่าย

2. เมื่อพิจารณาจากเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง วงกลม ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องวงกลมในภาพรวมอยู่ในระดับค่อนข้างดี โดยเฉพาะ

ด้านที่ 1 คือ การนำแนวคิดทฤษฎีเกี่ยวกับวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งมีค่าเฉลี่ย 6.81 คะแนน จากคะแนนเต็ม 8 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 85.13 แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถเลือกใช้ทฤษฎีมาแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม สอดคล้องกับแนวคิดของ Bruner ที่กล่าวถึงการเรียนรู้ผ่านการค้นพบ (Discovery Learning) ซึ่งส่งเสริมให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองผ่านการมีปฏิสัมพันธ์กับสื่อหรือสถานการณ์จริง และสอดคล้องกับงานวิจัยของ ศศิธร แสงจันทร์ (2560) ที่ศึกษาการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ร่วมกับกิจกรรมพับกระดาษ เรื่อง เรขาคณิต พบว่า นักเรียนสามารถเข้าใจแนวคิดทางเรขาคณิตได้ลึกซึ้งและสามารถประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น เช่นเดียวกับงานวิจัยของ วรณภา จิตรแจ้ง (2561) ที่พบว่าการใช้กิจกรรมพับกระดาษช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเข้าใจสมบัติของรูปเรขาคณิตต่าง ๆ และความสัมพันธ์ของแนวคิดมากยิ่งขึ้น

ด้านที่ 2 คือ ความสมเหตุสมผล ซึ่งมีค่าเฉลี่ย 4.97 คะแนน จากคะแนนเต็ม 8 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 62.13 สะท้อนว่านักเรียนบางคนยังขาดทักษะในการอธิบายหรือให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหาอย่างชัดเจน อาจเกิดจากความไม่มั่นใจในความเข้าใจของตนเอง หรือยังขาดการฝึกฝนในการอธิบายเหตุผลอย่างเป็นระบบ อีกทั้งยังมีการคำนวณผิดพลาดส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Polya (ทรงชัย อักษรคิด, 2555) ที่กล่าวว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีต้องประกอบด้วยกระบวนการให้เหตุผลและการตรวจสอบคำตอบ

ด้านที่ 3 คือ การใช้ภาษาและการเรียบเรียงเขียน มีค่าเฉลี่ยเพียง 4.24 คะแนน จากคะแนนเต็ม 8 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 53.00 แสดงให้เห็นว่านักเรียนยังถ่ายทอดกระบวนการคิดหรือแนวทางการแก้ปัญหาอย่างเป็นลายลักษณ์อักษรไม่ได้เท่าที่ควร

3. เมื่อพิจารณาจากพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนขณะได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลม

จากการศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน พบว่านักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ด้วยความกระตือรือร้น สนใจใฝ่รู้ และสามารถพัฒนาความเข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับวงกลมผ่านการสังเกต ทดลอง และอภิปรายในชั้นเรียนอย่างเป็นระบบ พฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับแนวคิดของ Bruner ซึ่งเน้นว่าการเรียนรู้แบบค้นพบ (Discovery Learning) เป็นกระบวนการที่เปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองผ่านประสบการณ์ตรง ช่วยให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งและสามารถนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้

ในชั้นเรียนรู้และค้นพบ นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดพื้นฐานของวงกลม เช่น จุดศูนย์กลาง รัศมี และมุมที่จุดศูนย์กลาง ผ่านการพับกระดาษ ซึ่งเป็นการเรียนรู้จากประสบการณ์ตรง ที่ส่งเสริมการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ผลการสังเกตพบว่านักเรียนสามารถสรุปองค์ความรู้จากกิจกรรม เช่น ความหมายของมุมที่จุดศูนย์กลาง มุมในส่วนโค้งของวงกลม และความสัมพันธ์ระหว่างมุมทั้งสองประเภท ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ วรณภา จิตรแจ้ง (2561) ที่พบว่ากิจกรรมพับกระดาษร่วมกับการเรียนรู้แบบสืบเสาะสามารถส่งเสริมความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดเรขาคณิตได้อย่างมีประสิทธิภาพ

กิจกรรม “พับดอกไม้” ช่วยให้นักเรียนค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม และสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ได้ เช่น “มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งที่เท่ากัน” อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยพบว่า ขั้นตอนการพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนมีความยากลำบากมากที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Polya ที่ชี้ว่าการให้เหตุผล การสร้างสมมติฐาน และการพิสูจน์เป็นขั้นตอนที่มีความซับซ้อนและต้องอาศัยทักษะการคิดขั้นสูง นักเรียนบางคนสามารถตอบคำถามเชิงวิเคราะห์ได้ แต่ยังไม่สามารถอธิบายเหตุผลหรือพิสูจน์อย่างเป็นระบบ และในกิจกรรมที่ต้องใช้ทฤษฎีบทที่ค้นพบเพื่อแก้ปัญหา เช่น การพิสูจน์ว่ามุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา และการสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม นักเรียนสามารถใช้ประสบการณ์จากกิจกรรมพับกระดาษและความรู้เดิมมาเป็นฐานในการพัฒนาความเข้าใจและค้นหาคำตอบของตนเองได้อย่างมีประสิทธิภาพ กิจกรรมลักษณะนี้สอดคล้องกับแนวคิดของ Constructivism โดยเฉพาะ Piaget และ Vygotsky ซึ่งเชื่อว่านักเรียนจะพัฒนาองค์ความรู้ผ่านการมีปฏิสัมพันธ์กับวัตถุ สื่อ และเพื่อน โดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะ

ในขั้นการนำไปใช้ พบว่านักเรียนสามารถนำแนวคิดที่ค้นพบไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์ได้อย่างเหมาะสม แม้ในบางกรณียังขาดการอธิบายขั้นตอนอย่างเป็นระบบ เช่น การระบุเหตุผลที่ใช้ในแต่ละขั้นตอนของการหาค่ามุม หรือการอ้างอิงทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง อย่างไรก็ตาม นักเรียนสามารถแสดงกระบวนการคิด การคำนวณ และการเขียนคำตอบได้ในระดับหนึ่ง

นอกจากนี้ พฤติกรรมการสนทนาและอภิปรายในชั้นเรียนระหว่างนักเรียนด้วยตนเอง เช่น กรณีนักเรียนคนหนึ่งกล่าวว่า “กลีบดอกไม้เป็นครึ่งหนึ่งของฐานดอกไม้” หรือการถามกันถึงวิธีการคิด เช่น “แล้ว 50 นี้มาได้ไง” แสดงให้เห็นถึงการสร้างความรู้ร่วมกัน (Social Constructivism) ซึ่งเน้นบทบาทของการเรียนรู้แบบมีปฏิสัมพันธ์ เป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อการเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์

## ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะจากการวิจัยครั้งนี้

1. ควรให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นคู่หรือกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้ร่วมกันคิด ได้พูดคุยและอธิบายเพื่อให้ได้มุมมองที่หลากหลาย

2. ควรเริ่มจากการทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนทุกครั้งก่อนทำกิจกรรม หรือข้อค้นพบในการทำกิจกรรมครั้งก่อน ๆ

3. ควรสร้างความมั่นใจให้กับนักเรียนถึงแม้ว่าข้อค้นพบแรกของนักเรียนจะยังไม่ถูกต้อง พยายามใช้คำถามหรือยกตัวอย่างเพิ่มเติมเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนค้นพบได้ด้วยตนเอง แทนการบอกข้อค้นพบนั้น ๆ

4. ควรฝึกให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีคิด และใช้ภาษาที่ถูกต้องควบคู่กับการทำกิจกรรม

#### ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ในห้องเรียนที่ใช้สื่อรูปธรรมในการฝึกอย่างดีแล้วในอนาคตสามารถใช้สื่อเทคโนโลยีมาช่วยเพิ่มความหลากหลายของตัวอย่างเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถสังเกตเห็นความสัมพันธ์ของส่วนต่าง ๆ ของวงกลม และสามารถเขียนข้อความคาดการณ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น

2. จากการวิจัยนี้เป็นการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาโดยทำการทดสอบหลังเรียน ซึ่งเป็นการวัดผลแค่ครั้งเดียว ในการศึกษาครั้งต่อไปอาจมีแบบทดสอบย่อยเพื่อเก็บคะแนนระหว่างเรียน เพื่อให้เห็นพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน

3. ควรมีการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมพับกระดาษแผ่นวงกลมกับความสามารถหรือทักษะด้านอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล

#### เอกสารอ้างอิง

กรรณิการ์ จักรกรต. (2555). ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การสอนแบบค้นพบโดยการแนะนำแนวทาง. *Veridian E-Journal, Silpakorn University*, 5(1),710-721.

ทรงชัย อักษรคิด. (2555). การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา สาขาการสอนคณิตศาสตร์.

ทิตินา แคมมณี. (2550). *ศาสตร์การสอน* (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วรรณภา จิตรแจ้ง. (2561). การพัฒนาชุดกิจกรรมพับกระดาษเพื่อส่งเสริมความเข้าใจแนวคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่.

ศศิธร แสงจันทร์. (2560). ผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ร่วมกับกิจกรรมพับกระดาษต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2545). *21 วิธีจัดการเรียนรู้ : เพื่อพัฒนากระบวนการคิด*. กรุงเทพฯ : ห้างหุ้นส่วนจำกัด ภาพพิมพ์.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ : ชุมชมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

Ministry of Education Singapore. (2013). *Primary Mathematics Teaching and Learning Syllabus*. Singapore: The Ministry of Education.



Wong, K. Y. (2015). *Effective Mathematics Lessons through an Eclectic Singapore Approach*. Singapore: World Scientific Publishing.

