



Development of Mathematical Problem-Solving Ability Using Polya's Problem-Solving Process Combined with the Bar Model Technique for Grade 2 Students

Sudaporn Thepwan¹ and Tatpichar Suntornchote²

Faculty of Education Ramkhamhaeng University, Thailand

E-mail: sudaporn.t@rumail.ru.ac.th, ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0005-7487-7424>

E-mail: tatpichar.s@rumail.ru.ac.th, ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0004-1768-1022>

Received 12/05/2025

Revised 26/05/2025

Accepted 25/06/2025

Abstract

Background and Aims: At the primary education level, mathematical problem-solving is a crucial skill that fosters analytical thinking and logical reasoning. Implementing Polya's problem-solving process in conjunction with the bar model technique provides a structured learning approach that helps students develop systematic thinking, clearly visualize problems, and enhance their understanding and efficiency in finding solutions. This study aimed to: (1) develop the mathematical problem-solving abilities of Grade 2 students by using Polya's problem-solving process combined with the bar model technique, and (2) compare the mathematical problem-solving abilities of Grade 2 students before and after receiving instruction using Polya's problem-solving process combined with the bar model technique.

Methodology: The sample group used in this study consisted of 36 Grade 2/1 students from the Demonstration School of Ramkhamhaeng University, Bangna Campus, during the first semester of the 2024 academic year. The sample was selected using the cluster random sampling method. The instruments of research are A lesson plan based on Polya's problem-solving process, combined with the bar model technique, and A mathematical problem-solving ability test. The data were analyzed using mean (\bar{x}), standard deviation (S.D.), percentage, and dependent t-test techniques.

Results: (1) Grade 2 students who received instruction using Polya's problem-solving process combined with the bar model technique showed improvement in their mathematical problem-solving abilities, with all students scoring higher after the instruction, representing 100%. And (2) The comparison of mathematical problem-solving scores before and after the instruction using Polya's problem-solving process combined with the bar model technique revealed a statistically significant increase at the .05 level.

Conclusion: The use of Polya's problem-solving process combined with the bar model technique promotes students' systematic thinking and enables them to visualize the relationships among the information presented in the problems. This approach allows students to effectively plan





their problem-solving strategies and verify their answers. Moreover, it stimulates deep learning and fosters the development of analytical thinking skills in authentic learning contexts.

Keywords: Mathematical Problem-Solving Ability; Polya's Problem-Solving Process; Bar Model Technique



การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิด ของโพลยา ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2

สุตาพร เทพวัน¹ และทัศนพิชา สุนทรโชค²

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง

บทคัดย่อ

ภูมิหลังและวัตถุประสงค์: ในระดับชั้นประถมศึกษา การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นทักษะสำคัญที่ช่วยเสริมสร้างความคิดวิเคราะห์และการให้เหตุผลเชิงตรรกะ การใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนมีขั้นตอนการคิดอย่างเป็นระบบ มองเห็นภาพของโจทย์ได้ชัดเจน ส่งเสริมความเข้าใจและหาคำตอบได้อย่างมีประสิทธิภาพ การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ (1) พัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล และ (2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล

ระเบียบวิธีการวิจัย: กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2/1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง วิทยาเขตบางนา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2567 จำนวน 36 คน ได้มาด้วยวิธีการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ โพลยา ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ร้อยละ และทดสอบความแตกต่างโดยใช้สถิติทดสอบ t-test แบบ Dependent

ผลการวิจัย: (1) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น โดยนักเรียนทุกคนมีคะแนนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน คิดเป็นร้อยละ 100 และ (2) ผลการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล พบว่าคะแนนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สรุปผล: การใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีกระบวนการคิดที่เป็นระบบและสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ได้อย่างชัดเจน สามารถวางแผนแก้ปัญหาและตรวจสอบคำตอบได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ยังช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้เชิงลึกและพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผลในบริบทการเรียนรู้จริง

คำสำคัญ: ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์; กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา; เทคนิคบาร์โมเดล

บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้ที่มีความสำคัญในการพัฒนาทักษะทางปัญญา ความคิดวิเคราะห์ และการให้เหตุผลอย่างเป็นระบบ โดยเฉพาะในระดับชั้นประถมศึกษา ซึ่งเป็นช่วงวัยที่วางรากฐานของกระบวนการคิดอย่างมีเหตุผลและการแก้ปัญหา ทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จึงถือเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนรู้ทาง

คณิตศาสตร์ เพราะช่วยให้นักเรียนสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและเชื่อมโยงกับสาระการเรียนรู้อื่น ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะสำคัญที่ควรส่งเสริมให้นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกฝนอย่างต่อเนื่อง เพราะการแก้ปัญหาไม่เพียงมุ่งหวังให้ได้คำตอบเท่านั้น แต่ยังเป็นกระบวนการที่นักเรียนใช้เพื่อพัฒนาความเข้าใจใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ ผ่านการคิดวิเคราะห์ วางแผน และลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง การคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงควรผสมผสานระหว่างความรู้เดิมกับสถานการณ์ใหม่ เพื่อให้เกิดการสร้างองค์ความรู้และแนวทางการแก้ปัญหาในบริบทที่หลากหลาย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) ทั้งนี้ ครูควรจัดกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย สร้างสถานการณ์โจทย์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงและส่งเสริมให้เป็นปัญหาปลายเปิด ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดหรือเหตุผลได้อย่างอิสระและสร้างสรรค์ (ทองระย้า นัยชิต, 2550) ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีบทบาทในการเรียนรู้มากขึ้น และเกิดทักษะการแก้ปัญหาที่ลึกซึ้งและยั่งยืน

จากการประเมินผลสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง วิทยาเขตบางนา พบว่า นักเรียนหลายคนยังประสบปัญหาในการแก้โจทย์คณิตศาสตร์ เช่น ไม่เข้าใจสถานการณ์ในโจทย์ ไม่สามารถแยกแยะข้อมูลสำคัญ ไม่รู้จักเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม และขาดทักษะในการวางแผนหรือทบทวนคำตอบ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่โจทย์มีหลายขั้นตอนหรือมีความซับซ้อนยิ่งทำให้นักเรียนรู้สึกสับสนและขาดความมั่นใจในการหาคำตอบ ปัญหาดังกล่าวสะท้อนให้เห็นถึงความจำเป็นในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ส่งเสริมการคิดอย่างเป็นระบบ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกคิด วิเคราะห์ แก้ปัญหา และสื่อสารแนวคิดของตนอย่างสร้างสรรค์ อีกทั้งควรบูรณาการกระบวนการหรือเครื่องมือที่ช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพของโจทย์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น เพื่อพัฒนาการเรียนรู้อย่างลึกซึ้งและสามารถประยุกต์ใช้ได้จริงในชีวิตประจำวัน (วรรณ ขุนศรี, 2546)

กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya, 1957) เป็นแนวทางที่ได้รับการยอมรับในระดับสากลเนื่องจากมีขั้นตอนการคิดที่เป็นระบบ ได้แก่ การเข้าใจปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา และตรวจสอบคำตอบ ซึ่งช่วยให้นักเรียนสามารถพัฒนาแนวคิดเชิงตรรกะและกลยุทธ์ในการแก้โจทย์ได้อย่างเป็นขั้นตอน นอกจากนี้ เทคนิคบาร์โมเดล (Ministry of Education, 2013) ซึ่งเป็นเครื่องมือช่วยในการสร้างภาพแทนสถานการณ์ของโจทย์ ยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลในโจทย์ได้อย่างชัดเจนมากยิ่งขึ้น และสามารถวางแผนในการแก้ปัญหาได้แม่นยำยิ่งขึ้น ดังที่ กฤษณกัณฑ์ ศรีโนนยาง (2566) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับบาร์โมเดล ผลการวิจัยพบว่า (1) นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เฉลี่ยเท่ากับ 47.07 คิดเป็นร้อยละ 78.45 ของคะแนนเต็ม และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์จำนวน 13 คน คิดเป็นร้อยละ 92.86 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ในวงจรปฏิบัติการแรกไม่มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ เพราะนักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ทำให้ไม่สามารถทำในขั้นต่อไปได้ วงจรปฏิบัติการถัดมา มีนักเรียนบางส่วนที่ผ่านเกณฑ์ และนักเรียนบางส่วนยังไม่ผ่านเกณฑ์ นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ไม่สอดคล้องกับโจทย์ และวงจรปฏิบัติสุดท้าย นักเรียนทุกคนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และ (2) นักเรียนมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เฉลี่ยเท่ากับ 16.21 คิดเป็นร้อยละ 81.05 ดังนั้นการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับบาร์โมเดลทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 สอดคล้องกับ มลิวัดย์ โพธิมณี (2567) ศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดย

ใช้ กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยาร่วมกับเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล เรื่อง เศษส่วน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนที่เรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยาร่วมกับเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล เรื่อง เศษส่วน มีความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากความสำคัญดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษา การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้านแนวคิดของโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดแก้ปัญหาได้อย่างมีเหตุผล มีระบบ และเข้าใจโจทย์ได้ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น รวมถึงเพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อรูปแบบการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว อันจะเป็นแนวทางในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพและเหมาะสมกับผู้เรียนระดับประถมศึกษา

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้านแนวคิดของโพลยา ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้านแนวคิดของโพลยา ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล

การทบทวนวรรณกรรม

1. แนวคิดทฤษฎีกระบวนการแก้ปัญหาด้านแนวคิดของโพลยา

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นทักษะสำคัญที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การให้เหตุผล และการตัดสินใจอย่างเป็นระบบ แนวคิดของโพลยา (Polya, 1957) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอนได้แก่

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นการพิจารณาว่าสถานการณ์ที่กำหนดให้เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร ต้องการให้หาอะไร กำหนดอะไรให้บ้าง เกี่ยวข้องกับความรู้ใดบ้าง การทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งอาจใช้วิธีการต่าง ๆ เพื่อช่วยให้เข้าใจมากขึ้น เช่น การวาดภาพ การเขียนตาราง การบอกหรือเขียนสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยภาษาของตนเอง

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ขั้นตอนนี้เป็นการพิจารณาว่าจะแก้ปัญหานั้นด้วยวิธีใด แก้อย่างไร รวมถึงพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ในปัญหา ผสมผสานกับประสบการณ์การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีอยู่ เพื่อกำหนดแนวทางและเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้เป็นการลงมือปฏิบัติตามแผนหรือแนวทางที่วางไว้ จนสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถหาคำตอบได้ นักเรียนต้องเลือกยุทธวิธีใหม่จนกว่าจะได้คำตอบ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ ขั้นตอนนี้เป็นการพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ตรวจสอบความถูกต้องของแต่ละขั้นตอน นักเรียนอาจพิจารณายุทธวิธีอื่น ๆ ที่สามารถใช้หาคำตอบได้ รวมทั้งนำแนวคิดในการแก้ปัญหานั้นไปใช้กับสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์อื่น

กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาเป็นแนวทางที่สามารถพัฒนาทักษะการคิดอย่างเป็นระบบ และส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. แนวคิดทฤษฎีเกี่ยวกับเทคนิคบาร์โมเดล

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ต้องใช้ยุทธวิธีหรือวิธีการต่าง ๆ มาช่วยหาคำตอบ ยุทธวิธีเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา ครูต้องจัดประสบการณ์การแก้ปัญหาที่หลากหลายและเพียงพอให้กับนักเรียน โดยยุทธวิธีที่เลือกใช้ในการแก้ปัญหา ต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับพัฒนาการของนักเรียน ซึ่งยุทธวิธีการแก้ปัญหานักเรียนในระดับประถมศึกษาควรได้รับการพัฒนาและฝึกฝน (Ministry of Education, 2013)

เทคนิคบาร์โมเดล (Bar Model Technique) เป็นเครื่องมือช่วยในการสร้างภาพของสถานการณ์ในโจทย์ โดยเฉพาะในการแก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการเปรียบเทียบและการหาค่าที่ไม่ทราบ ซึ่งช่วยให้นักเรียนเข้าใจข้อมูลและความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต่าง ๆ ได้ดีขึ้น (Ng & Lee, 2009) การนำแนวคิดของโพลยามาใช้ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดลจึงเป็นกลยุทธ์ที่สามารถส่งเสริมความเข้าใจในเนื้อหาและกระบวนการคิดของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

การสังเคราะห์เชิงเปรียบเทียบระหว่าง กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya's problem-solving process) และ เทคนิคบาร์โมเดล (Bar Model Technique) สามารถพิจารณาได้ในแง่ของ หลักการ แนวทางการใช้ จุดเด่น จุดจำกัด และการบูรณาการใช้ร่วมกันในการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

ตารางที่ 1 การสังเคราะห์เชิงเปรียบเทียบระหว่าง กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya's problem-solving process) และ เทคนิคบาร์โมเดล (Bar Model Technique)

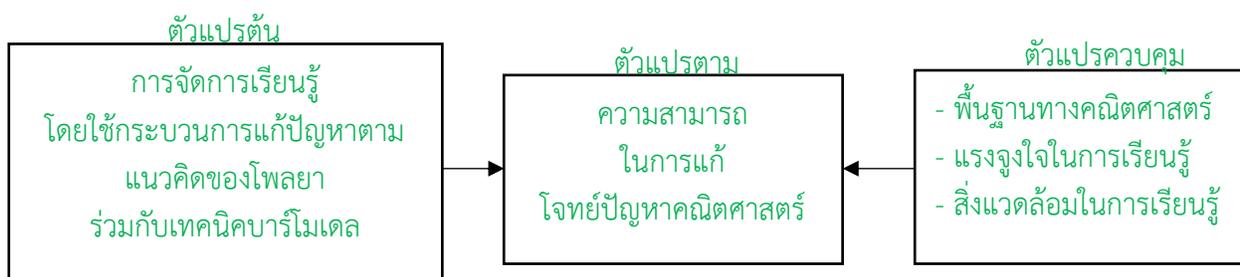
รายการ	กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya's problem-solving process)	เทคนิคบาร์โมเดล (Bar Model Technique)
แนวคิดหลัก	เน้นกระบวนการคิดอย่างเป็นระบบในการแก้ปัญหา	เน้นการสร้างภาพแทนข้อมูลเพื่อเข้าใจความสัมพันธ์
ขั้นตอน	1) ทำความเข้าใจปัญหา 2) วางแผนแก้ปัญหา 3) ดำเนินการตามแผน 4) ตรวจสอบ	ใช้แผนภาพเพื่อวิเคราะห์โจทย์ โดยเฉพาะโจทย์เกี่ยวกับอัตราส่วนและจำนวน
วิธีการ	นักเรียนคิดและอธิบายกระบวนการแก้โจทย์ด้วยตนเอง	นักเรียนวาดแผนภาพเพื่อแทนข้อมูลในโจทย์
บริบทที่เหมาะสม	ทุกประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์	เหมาะกับโจทย์ปัญหาเชิงเปรียบเทียบ จำนวนที่ไม่ทราบค่า ความสัมพันธ์แบบบวก-ลบ คูณ-หาร
ข้อดี	พัฒนากระบวนการคิดวิเคราะห์ และส่งเสริมทักษะการเรียนรู้ด้วยตนเอง	มองเห็นภาพรวมของโจทย์ได้ชัดเจน และลดความซับซ้อนของข้อความโจทย์

รายการ	กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya's problem-solving process)	เทคนิคบาร์โมเดล (Bar Model Technique)
ข้อจำกัด	นักเรียนบางกลุ่มอาจไม่สามารถคิดอย่างเป็นระบบได้โดยลำพัง	ไม่เหมาะกับโจทย์ที่ซับซ้อนหรือมีข้อมูลหลายชั้นที่แสดงผ่านภาพไม่ได้ง่าย

การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล จึงเป็นแนวทางที่มีศักยภาพสูงในการส่งเสริมการแก้ปัญหาเชิงวิเคราะห์ ซึ่งนักเรียนสามารถมองเห็นภาพรวมของปัญหาได้อย่างชัดเจนผ่านบาร์โมเดล และดำเนินการแก้ปัญหามีขั้นตอนด้วยแนวทางของโพลยา (Kho, 2010; Ng & Lee, 2009; Polya, 1957)

กรอบแนวคิดการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยมีกรอบแนวคิดดังนี้



แผนภาพที่ 1 กรอบแนวคิดงานวิจัยเรื่องการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2

ระเบียบวิธีการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง วิทยาเขตบางนา จำนวน 3 ห้องเรียน ได้แก่ ป.2/1 จำนวน 36 คน ป.2/2 จำนวน 35 คน และ ป.2/3 จำนวน 35 คน รวมทั้งสิ้น 106 คน

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2/1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง วิทยาเขตบางนา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2567 จำนวน 36 คน ซึ่งได้มาด้วยวิธีการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วย (Sampling Unit) และจับฉลากมา 1 ห้องเรียน เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยนักเรียนแต่ละห้องมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ปีการศึกษา 2566 แต่ละห้องไม่แตกต่างกัน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยได้กำหนดเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มี 3 ชนิด ดังนี้

2.1 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล จำนวน 7 แผน รวมใช้เวลาในการทดลอง 14 ชั่วโมง ซึ่งผ่านการตรวจสอบคุณภาพความเหมาะสมและความสอดคล้องโดยใช้แบบประเมิน ชนิดมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) 5 ระดับ จากผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของตัวชี้วัด สารการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ภาษาที่ใช้ ผลการประเมินคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้มีค่าความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด โดยมีค่าเฉลี่ย 4.86

2.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ซึ่งผ่านการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Validity) โดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน พิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้เชิงพฤติกรรม และนำมาคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบเป็นรายข้อ (Index of Consistency: IOC) โดยแบบทดสอบมีค่า IOC อยู่ระหว่าง 0.67 – 1.00 จากนั้นจึงนำแบบทดสอบไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง วิทยาบางนา ปีการศึกษา 2566 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และได้เรียนเนื้อหานี้มาแล้ว จำนวน 30 คน เพื่อนำผลการสอบมาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก เป็นรายข้อ พบว่าแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีค่าความยากง่าย อยู่ระหว่าง 0.33 – 0.70 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.30 – 1.00 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.928

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองโดยใช้วิธีการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดลกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยมีขั้นตอนและรายละเอียดดังนี้

3.1 วัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล โดยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนเรียน จำนวน 5 ข้อ ผู้วิจัยตรวจให้คะแนน และคะแนนในส่วนนี้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pre-Test) โดยคิดเป็นคะแนนเต็ม 20 คะแนน

3.2 ผู้วิจัยจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล จำนวน 7 แผน รวมทั้งสิ้น 14 ชั่วโมง

3.3 วัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล โดยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หลังเรียน จำนวน 5 ข้อ ผู้วิจัยตรวจให้คะแนน และคะแนนในส่วนนี้เป็นคะแนนทดสอบหลังเรียน (Post-Test) โดยคิดเป็นคะแนนเต็ม 20 คะแนน

3.4 รวบรวมคะแนนก่อนเรียน และหลังเรียน และไปวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติเพื่อหาข้อสรุปต่อไป

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 วิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล โดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

4.2 วิเคราะห์การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล โดยใช้สถิติทดสอบ t-test แบบ Dependent ทั้งนี้ก่อนการวิเคราะห์ได้มีการตรวจสอบสมมติฐานการแจกแจงข้อมูลเป็นปกติ (Normality Test) ด้วยวิธี Shapiro-Wilk เพื่อรับรองความถูกต้องของการใช้สถิติแบบพารามิเตอร์

ผลการวิจัย

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ผู้วิจัยนำเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. ผลการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง วิทยาเขตบางนา

ตารางที่ 2 ผลการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง วิทยาเขตบางนา ภายหลังจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล

คนที่	คะแนนเต็ม 20 คะแนน		คะแนนพัฒนาการ	ร้อยละ
	คะแนนก่อนเรียน (Pre-test)	คะแนนหลังเรียน (Post-test)		
1	11	15	4	20
2	9	12	3	15
3	12	17	5	25
4	14	18	4	20
5	8	9	1	5
6	11	15	4	20
7	8	12	4	20
8	6	9	3	15
9	13	17	4	20
10	8	9	1	5
11	14	17	3	15
12	13	15	2	5
13	11	15	4	20
14	8	11	3	15
15	9	11	2	10
16	8	12	4	20
17	8	13	5	15
18	8	10	2	10

คนที่	คะแนนเต็ม 20 คะแนน			ร้อยละ
	คะแนนก่อนเรียน (Pre-test)	คะแนนหลังเรียน (Post-test)	คะแนนพัฒนาการ	
19	14	19	5	15
20	10	14	4	20
21	14	18	4	20
22	8	12	4	20
23	14	16	2	10
24	10	14	4	20
25	15	17	2	10
26	15	17	2	10
27	11	15	4	20
28	13	16	3	15
29	9	10	1	5
30	14	17	3	15
31	6	8	2	10
32	6	10	4	20
33	8	13	5	25
34	5	10	5	25
35	13	15	2	10
36	13	14	1	5
เฉลี่ย	10.47	13.67	3.19	15.28
S.D.	2.94	3.08		
ร้อยละ	52.35	68.35	15.95	

จากตารางที่ 2 พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ก่อนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 10.47 (S.D. = 2.94) คิดเป็นร้อยละ 52.35 ขณะที่หลังการจัดการเรียนรู้ มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 13.67 (S.D. = 3.08) คิดเป็นร้อยละ 68.35 โดยมีคะแนนพัฒนาการเฉลี่ยเพิ่มขึ้น 3.19 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 15.95 ทั้งนี้ นักเรียนทุกคน (ร้อยละ 100) มีคะแนนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน แสดงให้เห็นว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดลส่งผลให้ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพิ่มขึ้น

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง วิทยาเขตบางนา

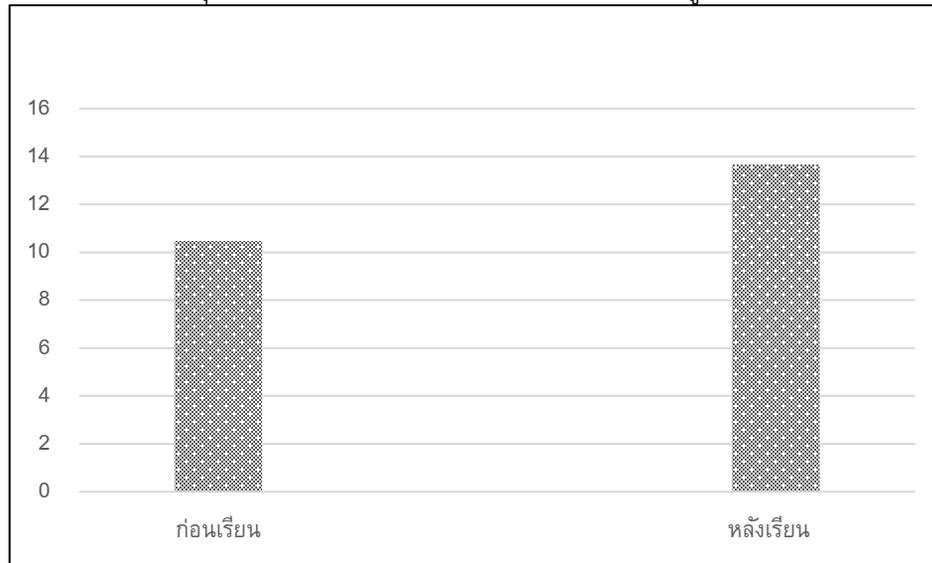
ตารางที่ 3 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง วิทยาเขตบางนา

การทดสอบ	N	คะแนนเต็ม	\bar{X}	S.D.	Sig.	df	t
ก่อนเรียน	36	20	10.47	2.94			
หลังเรียน	36	20	13.67	3.08	.000	35	15.20*

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 3 พบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้ จากการคำนวณขนาดอิทธิพล (Effect Size) ด้วยค่า Cohen's d พบว่ามีค่าเท่ากับ 1.18 ซึ่งถือว่าเป็นขนาดอิทธิพลในระดับสูง (large effect) แสดงให้เห็นว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการโพลยาและเทคนิคบาร์โมเดลมีผลกระทบอย่างมีนัยสำคัญและมีความสำคัญในเชิงปฏิบัติจริงต่อพัฒนาการความสามารถในการแก้โจทย์ของนักเรียน โดยสรุปคะแนนเฉลี่ยก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ได้ ดังนี้



แผนภาพที่ 2 คะแนนเฉลี่ยก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2

อภิปรายผล

การวิจัยเรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 สามารถอภิปรายผลตามวัตถุประสงค์ของวิจัยได้ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนทุกคนมีคะแนนพัฒนาการสูงขึ้น ทั้งนี้ เนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นตอน ตามกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา 4 ขั้นตอน ซึ่งผู้วิจัยได้นำมาวิเคราะห์ว่าลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหจะเป็นลักษณะของปัญหาเริ่มจากครูจัดสถานการณ์หรือตั้งโจทย์ให้นักเรียนสนใจและกระตุ้นนักเรียนให้เกิดความสนใจ และมองเห็นปัญหา ให้นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหา วิเคราะห์ปัญหาที่ต้องการ สามารถอธิบายสิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ได้ฝึกให้นักเรียนศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง โดยนำความรู้ที่ได้ค้นคว้ามาแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน โดยที่ครูเป็นผู้กระตุ้นและคอยปรับองค์ความรู้ของผู้เรียน อีกทั้งยังเป็นการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาที่ใช้เทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดลมาผสมผสานในแต่ละกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา ซึ่งช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม นักเรียนสามารถใช้วิธีคิดที่หลากหลายนำมาใช้ในการแก้ปัญหได้ สอดคล้องกับคำกล่าวของ กรองทอง ไครี รี (2554) ได้กล่าวว่า การวาดบาร์โมเดลเป็นยุทธวิธีการทำโจทย์ปัญหาโดยการประยุกต์ใช้เข้ากับกระบวนการการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา เพื่อทำให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ข้อความจากโจทย์ปัญหามาเชื่อมโยงกับความคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแล้ว วาดออกมาเป็นรูปบาร์โมเดล ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจถึงความคิดรวบยอด และสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างง่ายและถูกต้อง นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับการศึกษาของ ฉัตรกาญจน์ ฮานีพูน (2562) ได้ทำการศึกษาผลการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเลขคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาร่วมกับบาร์โมเดล พบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาร่วมกับบาร์โมเดลมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาร่วมกับบาร์โมเดลมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้องกับภุชงค์ณัฏฐ์ ศรีโนนยาง (2566) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาร่วมกับบาร์โมเดล ผลการวิจัยพบว่า (1) นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เฉลี่ยเท่ากับ 47.07 คิดเป็นร้อยละ 78.45 ของคะแนนเต็ม และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์จำนวน 13 คน คิดเป็นร้อยละ 92.86 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ในวงจรปฏิบัติการแรกไม่มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ เพราะนักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ทำให้ไม่สามารถทำในขั้นต่อไปได้ วงจรปฏิบัติการถัดมา มีนักเรียนบางส่วนที่ผ่านเกณฑ์ และนักเรียนบางส่วนยังไม่ผ่านเกณฑ์ นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหที่ไม่สอดคล้องกับโจทย์ และวงจรปฏิบัติการสุดท้าย นักเรียนทุกคนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และ (2) นักเรียนมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เฉลี่ยเท่ากับ 16.21 คิดเป็น ร้อยละ 81.05 ดังนั้นการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาร่วมกับบาร์โมเดลทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70

2. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้ เนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้ใช้แนวคิดของโพลยาร่วมกับเทคนิค

บาร์โมเดล เป็นกระบวนการที่มีลำดับขั้นตอนชัดเจนและมีความเชื่อมโยงกัน โดยกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาเน้นกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผน การลงมือแก้ปัญหาตามแผน และการตรวจสอบคำตอบ เมื่อนำมาใช้ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้การวาดรูปอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูล เป็นวิธีการใหม่ที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดความคิดรวบยอด และสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง สามารถทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างง่ายและถูกต้อง การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่มีขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบ นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง บาร์โมเดลทำให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้อย่างง่าย และเลือกวิธีการในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง การตรวจสอบยังทำให้นักเรียนได้ตรวจสอบคำตอบที่นักเรียนหาได้ ทำให้คำตอบที่ได้มีความถูกต้องสมบูรณ์ สอดคล้องกับการศึกษาของ มลิวลีย์ โพลิมณี (2567) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยาร่วมกับเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล เรื่อง เศษส่วน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่า 1) ชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยาร่วมกับเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล เรื่อง เศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 83.23/81.11 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ที่กำหนดไว้ 2) นักเรียนที่เรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยาร่วมกับเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล เรื่อง เศษส่วน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนที่เรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยาร่วมกับเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล เรื่อง เศษส่วน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และยังสอดคล้องกับ นภสร ยั่งยืน (2562) ศึกษาผลการพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดลเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง การบวกและลบเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า ผลการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดลเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 72.81/75.26

จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีคะแนนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีค่าเฉลี่ยคะแนนเพิ่มขึ้น 3.19 คะแนน และนักเรียนทุกคนมีคะแนนหลังเรียนสูงขึ้น คิดเป็นร้อยละ 100 ของกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งแสดงให้เห็นว่าแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่นำมาใช้นั้นมีประสิทธิภาพสูง จากการวิเคราะห์เชิงกระบวนการ พบว่า ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญ คือ กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาที่มีลำดับขั้นตอนชัดเจน ซึ่งช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้และลงมือปฏิบัติได้อย่างเป็นระบบ โดยแต่ละขั้นตอน เช่น การทำความเข้าใจโจทย์ การวางแผน การดำเนินการ และการตรวจสอบคำตอบ มีบทบาทสำคัญในการส่งเสริมการคิดวิเคราะห์อย่างมีตรรกะ และเป็นระบบ (Polya, 1957) ขณะเดียวกัน การใช้เทคนิคบาร์โมเดลมีบทบาทสำคัญในการเสริมสร้างความเข้าใจที่เป็นรูปธรรมในขั้นตอนการวิเคราะห์ปัญหาและการวางแผน นักเรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลในโจทย์ได้อย่างชัดเจนมากขึ้น ซึ่งช่วยลดความซับซ้อนของข้อความโจทย์ และทำให้สามารถเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหได้อย่างเหมาะสม (Ng & Lee, 2009; Kho, 2010)

ดังนั้น จะเห็นได้ว่าการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ได้เกิดจากเพียงปัจจัยใด ปัจจัยหนึ่งโดยลำพัง แต่เกิดจากการกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่บูรณาการร่วมกันระหว่างกระบวนการแก้ปัญหา ตามแนวคิดของโพลยาที่มีขั้นตอน และการเขียนภาพจากบาร์โมเดล ซึ่งช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้กับการปฏิบัติจริงได้อย่างชัดเจน และพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างเป็นรูปธรรมและยั่งยืน

อย่างไรก็ตามงานวิจัยนี้มีข้อจำกัดหลายประการที่ควรนำมาพิจารณา ประการแรก การศึกษาใช้แบบแผนการทดลองกลุ่มเดียวโดยไม่มีกลุ่มควบคุม ซึ่งอาจส่งผลให้ไม่สามารถสรุปได้อย่างชัดเจนว่าการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นเป็นผลมาจากการแทรกแซงเพียงอย่างเดียว ประการที่สอง ขนาดกลุ่มตัวอย่างที่ค่อนข้างเล็กอาจทำให้ผลการวิจัยมีความแปรปรวนสูง และลดโอกาสในการนำผลลัพธ์ไปประยุกต์ใช้กับประชากรในวงกว้าง ประการสุดท้าย ปัจจัยภายนอกต่าง ๆ เช่น ความรู้พื้นฐานของผู้เรียนและสภาพแวดล้อมทางการเรียน อาจมีอิทธิพลต่อผลการศึกษา ซึ่งจำเป็นต้องได้รับการควบคุมหรือตรวจสอบในการวิจัยครั้งต่อไป

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล ผู้สอนควรคำนึงถึงพื้นฐานความรู้ ความเข้าใจในกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนทักษะการวาดภาพแบบบาร์โมเดลของนักเรียน เนื่องจากในช่วงเริ่มต้นของการเรียนรู้ นักเรียนอาจใช้เวลาในการทำความเข้าใจมาก และเกิดความสับสนเกี่ยวกับเนื้อหาหรือประเด็นของโจทย์ ครูจึงจำเป็นต้องวางแผนการจัดกิจกรรมอย่างรอบคอบ พร้อมทั้งให้คำแนะนำและความช่วยเหลืออย่างต่อเนื่อง เพื่อให้การเรียนรู้บรรลุเป้าหมายอย่างมีประสิทธิภาพ

1.2 ควรดูแลและให้ความเอาใจใส่แก่นักเรียนอย่างใกล้ชิด โดยสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่เป็นมิตรและเอื้อต่อการเรียนรู้ พร้อมทั้งใช้การเสริมแรงที่เหมาะสม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นและมีส่วนร่วมในการเรียนรู้มากยิ่งขึ้น

1.3 การจัดการเรียนรู้ควรส่งเสริมและสนับสนุนให้นักเรียนได้นำความรู้และประสบการณ์เดิมมาใช้ในการเรียนรู้ใหม่อย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อเชื่อมโยงแนวคิดและต่อยอดความเข้าใจได้อย่างลึกซึ้ง

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรขยายการศึกษาเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาให้หลากหลายมากยิ่งขึ้น โดยนำไปประยุกต์ใช้ระดับชั้นที่แตกต่างกัน เพื่อศึกษาความเหมาะสมและประสิทธิภาพของกระบวนการในบริบทต่าง ๆ

2.2 ควรมีการวิจัยเปรียบเทียบการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดลกับเทคนิคหรือวิธีการจัดการเรียนรู้อื่น ๆ เช่น การเรียนรู้แบบร่วมมือ การจัดการเรียนรู้แบบโครงงาน หรือการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ เพื่อประเมินความแตกต่างด้านประสิทธิผลในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา ความเข้าใจเชิงแนวคิด และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนอย่างครอบคลุม

2.3 ควรศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล โดยใช้โจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น เช่น โจทย์หลายขั้นตอน หรือโจทย์บูรณาการที่รวมหลายเนื้อหา เพื่อประเมินประสิทธิผลของกระบวนการและเทคนิคที่ใช้ในบริบทที่หลากหลายและท้าทายมากขึ้น

เอกสารอ้างอิง

- กรรองทอง ไครี รี. (2554). ผลของการใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ Polya. มหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน.
- กฤษณกัณฑ์ ศรีโนนยาง. (2566). การพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค Polya. มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ฉัตรกาญจน์ ธาณีพูน. (2562). การส่งเสริมการคิดอย่างมีวิจารณญาณในรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ทองระย้า นัยชิต. (2550). การพัฒนารูปแบบการสอนเพื่อเสริมสร้างทักษะการแก้ปัญหาในคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา. มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- นภสร ยั่งยืน. (2562). ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการแก้ปัญหาแบบ Polya ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์. มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- มลิวลัย โปธิมณี. (2567). การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้แนวทาง Polya สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่.
- วรรณัน ขุนศรี. (2546). การแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ Polya. สสวท.
- Kho, T. H. (2010). *Teaching mathematics with understanding*. Marshall Cavendish Education.
- Ministry of Education. (2013). *Basic education core curriculum B.E. 2551 (A.D. 2008)*. Bureau of Academic Affairs and Educational Standards.
- Ng, S. F., & Lee, K. (2009). The model method: A tool for representing and visualising algebraic word problems. *The Mathematics Educator*, 12(1), 33–47.
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton University Press.