



The Effects of Learning Management with TGT Technique and GeoGebra on Mathematical Visualization Ability in Conic Sections of Grade 10 Students at Bang Lamung School in Chon Buri Province

Panuphan Malahom¹, Sureerat Areeraksakul Konglok² and Vinit Thueakthong³

¹ Student of the Master of Education in Curriculum and Instruction, Sukhothai Thammathirat Open University, Thailand

^{2,3} Faculty of Education, Sukhothai Thammathirat Open University, Thailand

¹E-mail: nungpumzaa@gmail.com, ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0006-6820-8723>

²E-mail: sakonglok@yahoo.com, ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0005-3439-4794>

³E-mail: vithong1@yahoo.com, ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0006-3707-7601>

Received 30/03/2025

Revised 04/04/2025

Accepted 10/05/2025

Abstract

Background and Aims: Mathematical visualization ability used to describe the process of producing or using geometrical or graphical representations of mathematical concepts, principles, or problems, whether hand-drawn or computer-generated, plays a central role in the cognitive processes of scientists and mathematicians. This research aimed to 1) compare the mathematical visualization ability on the topic of conic sections of Grade 10 students between the group taught using the TGT technique integrated with the GeoGebra application and the group taught using traditional mathematics instruction, and 2) compare the mathematical visualization ability on the topic of conic sections of Grade 10 students taught using the TGT technique integrated with the GeoGebra application with the criterion of 70%.

Methodology: Quasi-experimental research was used, with 2 sample groups consisting of grade 10 Students of Bang Lamung School in Chon Buri Province during the second semester of the academic year 2024. Two classrooms, each with 40 students, were obtained by cluster random sampling. The research instruments included 1) learning plans using the TGT technique integrated with the GeoGebra application on the topic of conic sections, comprising 18 plans of 50 minutes each, 2) traditional learning plans on the topic of conic sections, comprising 18 plans of 50 minutes each, and 3) a subjective test measuring mathematical visualization ability on the topic of conic sections. The statistical methods used for data analysis included mean, standard deviation, skewness, kurtosis, and t-test.

Results: The research findings revealed that 1) Grade 10 students who were taught using the TGT technique integrated with the GeoGebra application demonstrated significantly higher mathematical visualization ability on the topic of conic sections than the group taught using traditional mathematics instruction at the .05 level of significance, and 2) Grade 10 students who were taught using the TGT technique integrated with the GeoGebra application demonstrated mathematical





visualization ability on the topic of conic sections higher than the criterion of 70% with statistical significance at the .05 level.

Conclusion: Grade 10 students who were taught using the TGT technique integrated with the GeoGebra application demonstrated significantly higher mathematical visualization ability on the topic of conic sections than the group taught using traditional mathematics instruction.

Keywords: TGT Technique; GeoGebra Application; Mathematical Visualization Ability



ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra ที่มีต่อความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี

ภานุพันธ์ มาลาหอม¹, สุริรัตน์ อารีรักษ์สกุล ก้องโลก² และ วินิจ เทือกทอง³

¹นักศึกษาหลักสูตรศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต แขนงหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

²⁻³คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

บทคัดย่อ

ภูมิหลังและวัตถุประสงค์: ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ใช้เพื่ออธิบายกระบวนการสร้างภาพหรือการนำเสนอทางเรขาคณิตหรือกราฟิกของแนวคิด หลักการ หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะสร้างด้วยมือหรือด้วยเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ และยังมีบทบาทสำคัญในกระบวนการรับรู้ของนักวิทยาศาสตร์และนักคณิตศาสตร์ การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และ 2) เปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ระเบียบวิธีการวิจัย: วิจัยกึ่งทดลองมีกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี ปีการศึกษา 2567 จำนวน 2 ห้องเรียน มีนักเรียนห้องเรียนละ 40 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับ GeoGebra เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 18 แผน แผนละ 50 นาที 2) แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 18 แผน แผนละ 50 นาที และ 3) แบบทดสอบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง ภาคตัดกรวย สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความแปรปรวน และการทดสอบค่าที

ผลการวิจัย: ผลการวิจัย พบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 และ 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05

สรุปผล: นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

คำสำคัญ: เทคนิค TGT; แอปพลิเคชัน GeoGebra; ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

บทนำ

การนึกภาพมีส่วนช่วยพัฒนานักเรียนให้มีทักษะการมองภาพ การคิด และการสื่อสาร วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแนวคิดของตนเองเพื่อช่วยอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจแนวคิดของเขาได้ (ชนิสรา เมธภัทรศิริ, 2563)

การนิกภาพใช้เพื่ออธิบายกระบวนการสร้างภาพหรือการนำเสนอทางเรขาคณิตหรือกราฟิกของแนวคิด หลักการหรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะสร้างด้วยมือหรือด้วยเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ (Zimmermann and Cunningham, 1991) การนิกภาพทางคณิตศาสตร์ในห้องเรียนสามารถปรับปรุงความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายได้ (Martin, 2015) การนิกภาพทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานที่ใช้ร่วมกับความรู้สึกเชิงปริภูมิที่มีความสำคัญในการนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (เกรียงไกร มาตรมูล, 2558) และยังมีบทบาทสำคัญในกระบวนการรับรู้ของนักวิทยาศาสตร์และนักคณิตศาสตร์ (Phillips et al, 2010)

จากการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบางละมุง ที่ผ่านมาพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถนิกภาพทางคณิตศาสตร์ได้ สืบเนื่องจากการตอบคำถามในชั้นเรียน พบว่านักเรียนตอบคำถามเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของค่าคงตัวในสมการภาคตัดกรวยกับกราฟที่เกิดจากสมการนั้นไม่ได้ โดยเฉพาะเรื่อง ภาคตัดกรวย เนื่องจากมีการเขียนกราฟของวงกลม วงรี พาราโบลา และไฮเพอร์โบลา ที่นักเรียนไม่สามารถเขียนกราฟของภาคตัดกรวยในแบบทดสอบได้ เนื่องจากการเขียนกราฟของภาคตัดกรวยต้องอาศัยการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ระหว่างความสัมพันธ์ของค่าคงตัวในสมการภาคตัดกรวยกับกราฟของภาคตัดกรวย และจากผลการทดสอบปลายภาคเรียน เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 3 ห้องเรียน มีนักเรียน 116 คนพบว่า นักเรียนเขียนกราฟของภาคตัดกรวยได้คะแนนไม่ถึงเกณฑ์ที่กำหนด ซึ่งกราฟของภาคตัดกรวยเป็นความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ประเภทวัตถุจากการนิกภาพ ผู้วิจัยจึงสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมโดยนักเรียนไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงตัวในสมการกับกราฟของฟังก์ชันได้ ผู้วิจัยจึงมีแนวคิดในการพัฒนาความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ศึกษาพบว่า Geogebra เป็นซอฟต์แวร์สำหรับการทำความเข้าใจเรขาคณิต พีชคณิต และแคลคูลัส สามารถใช้ Geogebra เป็นตัวช่วยในการนิกภาพที่มีประสิทธิภาพ (Sumartini and Maryati, 2021) สามารถใช้ในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้เป็นรูปธรรมชัดเจนยิ่งขึ้น กระตุ้นความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ของนักเรียน ช่วยให้นักเรียนได้สำรวจและการค้นพบจากการทดลองหรือปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ (ไอริณ ถาวรนนท์, 2561) นอกจากนี้แอปพลิเคชัน GeoGebra ยังช่วยในการเรียนรู้เรื่อง ภาคตัดกรวย และช่วยสร้างกราฟ (อรสา แก้วทิพย์, 2562) นอกจากนี้ยังพบว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ช่วยพัฒนาทักษะการทำงานกลุ่มและทักษะทางสังคม (มนธิรา นรินทร์รัมย์, 2564) ซึ่งมีผลเชิงบวกต่อการเรียนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น TGT เป็นเทคนิคช่วยเหลือกัน ไม่คำนึงถึงเชื้อชาติ เพศ และความสนิสนม (Slavin et al, 1975) มีการแบ่งเป็นทีม โดยแต่ละทีมจะความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน แบ่งเป็นอัตราส่วน 1:2:1 ตามลำดับ สมาชิกในทีมต้องมีการกำหนดเป้าหมายร่วมกันเพื่อความสำเร็จของทีม (วิมล วงษ์ใหญ่, 2561) หากนักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันผ่านการทำงานกลุ่มในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ได้ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ แอปพลิเคชัน GeoGebra ซึ่งเป็นโปรแกรมคณิตศาสตร์แบบพลวัต ช่วยในการเรียนรู้ วาดกราฟ ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย น่าจะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ได้

ผู้วิจัยในฐานะครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี จึงได้ทดลองจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra ให้กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี เพื่อศึกษาความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทบทวนวรรณกรรม

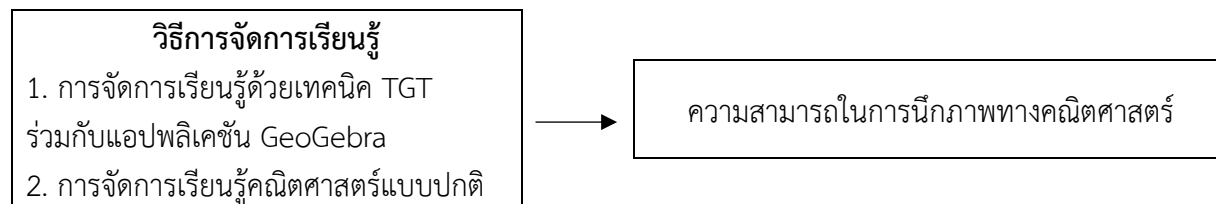
การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิค TGT หมายถึง การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่มีการแบ่งกลุ่มนักเรียนคละความสามารถ เก่ง ปานกลาง และอ่อน แล้วมีการแข่งขันเกมทางวิชาการระหว่างสมาชิกกลุ่มอื่นที่มีความสามารถระดับเดียวกัน แล้วนำคะแนนมารวมเป็นคะแนนของกลุ่ม และมีการเสริมแรงทางบวกด้วยการยกย่องหรือให้รางวัลกลุ่มที่เป็นผู้ชนะ เป็นการเสริมสร้างบรรยากาศในชั้นเรียน กระตุ้นให้นักเรียนมีความมั่นใจ (Slavin et al, 1975; ญาดิมา ลิมสิทธิกุล, 2560; อำภา บริบูรณ์, 2561; วิมล วงษ์ใหญ่, 2561; ภริพทุธิ์ สว่างสุข, 2563; อติวัฒน์ เรือนริน, 2563; มนริรา นรินทร์รัมย์, 2564)

แอปพลิเคชัน GeoGebra เป็นซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นเพื่อให้นักเรียนลงมือปฏิบัติจริงในการสำรวจกราฟ การสืบหาเหตุผล ซึ่งเป็นสื่อกลางระหว่างความรู้กับนักเรียน โดย GeoGebra สามารถนำมาบูรณาการระหว่างการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนได้ โดยใช้สำหรับสร้างการนิภาพให้นักเรียน ใช้นำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริง ใช้จัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางและใช้เป็นเครื่องมือในการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการใช้ GeoGebra ช่วยให้นักคณิตศาสตร์ที่มีเนื้อหาเป็นนามธรรมเห็นเป็นรูปธรรมมากขึ้น ส่งผลให้มีความรู้ที่คงทน (บรรหาร กาศเกษม, 2560; วิภาพร ทิพย์รักษา, 2560; ศรชัย ปราบงูเหลือม, 2560; ศิริขวัญ พ้อคำ, 2562; อรสา แก้วทิพย์, 2562; จิรคุณ เอิบอิม, 2564; พจนันท์ วัชรไทย์, 2565)

ความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการมองเห็นภาพมองเห็นโครงร่างในใจ แล้วนึกถึงภาพ ประมวลผลหรือวิเคราะห์ เปลี่ยนโครงสร้างภาพในจิตใจ ในการวิจัยนี้วิเคราะห์พฤติกรรม 3 ด้านที่แสดงถึงความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์จากงานวิจัยของ Linda M. Phillips, Stephen P. Norris and John S. Macnab (2010) ดังนี้

- 1) วัตถุจากการนิภาพ เป็นการวาดภาพบนกระดาษหรือวาดด้วยเครื่องมือทางเทคโนโลยี
- 2) มโนทัศน์จากการนิภาพ เป็นการใช้ความคิดสร้างสรรค์ การวิเคราะห์ การตีความหมาย จากการอ่านข้อความ หรือการเขียนข้อความแทนภาพที่ได้จากการจินตนาการนั้น
- 3) การตีความจากการนิภาพ เป็นการอธิบายเป็นกระบวนการที่มาของรูปภาพนั้น

กรอบแนวคิดการวิจัย



แผนภาพที่ 1 กรอบแนวคิดของการวิจัย

ระเบียบวิธีการวิจัย

การวิจัยนี้ใช้ระเบียบวิธีวิจัยแบบกึ่งทดลอง (Quasi experimental research) มีกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี จำนวน 3 ห้องเรียน มีนักเรียน 118 คน

กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี จำนวน 2 ห้องเรียน มีนักเรียนห้องเรียนละ 40 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม และนำมาจับฉลากเพื่อจัดเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับ GeoGebra เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 18 แผน แผนละ 50 นาที
2. แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 18 แผน แผนละ 50 นาที
3. แบบวัดความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย เป็นแบบทดสอบอัตนัยแบบคู่ขนานก่อนเรียนและหลังเรียน ฉบับละ 6 ข้อ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยวัดความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยให้กลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ก่อนการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลา 1 คาบ 50 นาที
2. ผู้วิจัยดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับนักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 40 คน ตามแผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra จำนวน 18 แผน เวลา 18 คาบ คาบละ 50 นาที และดำเนินการกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับนักเรียนกลุ่มควบคุม จำนวน 40 คน ตามแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติจำนวน 18 แผน เวลา 18 คาบ คาบละ 50 นาที
3. ผู้วิจัยวัดความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยให้กลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย หลังการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลา 1 คาบ 50 นาที

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง ภาคตัดกรวย 18 แผน แผนละ 50 นาที เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อพิจารณาความสอดคล้องระหว่างสาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้และ

แหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล โดยใช้วิธีการของ ลิเคิร์ต (Likert) พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 4.53 – 4.87 และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 4.53 – 4.83 อยู่ในระดับมากที่สุด

2. แบบวัดความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย เป็นแบบทดสอบอัตนัยแบบคู่ขนานก่อนเรียนและหลังเรียน ฉบับละ 6 ข้อ เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาพิจารณาได้จากการตรวจสอบค่าดัชนีวัดความสอดคล้องระหว่างข้อคำถาม จุดประสงค์การเรียนรู้ และตัวบ่งชี้ที่ต้องการวัด (Index of Item-Objective Congruence : IOC) พบว่า ทุกข้อคำถามในแบบวัดความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์เรื่อง ภาคตัดกรวย มีค่าดัชนีความสอดคล้องอยู่ระหว่าง 0.67 – 1.00 มีค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 ค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่าสูงกว่า 0.20 และมีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.935

3. เปรียบเทียบความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ โดยใช้การทดสอบค่าทีแบบกลุ่มอิสระ (t – test Independent Sample)

4. เปรียบเทียบความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้การทดสอบค่าทีกรณีกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียว (t – test for One Sample)

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความเบ้ ความโด่ง

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ การทดสอบค่าทีแบบกลุ่มอิสระ (t – test Independent Sample) และการทดสอบค่าทีกรณีกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียว (t – test for One Sample)

ผลการวิจัย

ความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ก่อนการจัดการเรียนรู้ (VisPre) ของกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra (กลุ่ม TGT&GGB) กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (กลุ่มปกติ) ไม่แตกต่างกัน เมื่อเปรียบเทียบส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ VisPre ค่าความเบ้ (Skewness) ของ VisPre ของนักเรียนกลุ่ม TGT&GGB และกลุ่มปกติ เท่ากับ 1.424 และ 0.976 ตามลำดับ ซึ่งมีค่ามากกว่า 0 ทั้งสองกลุ่มจึงมีลักษณะเบ้ขวา ส่วนค่าความโด่ง (Kurtosis) ของ VisPre ของกลุ่ม TGT&GGB และกลุ่มปกติ เท่ากับ 1.266 และ -1.602 ตามลำดับ ซึ่งกลุ่ม TGT&GGB จะโด่งกว่ากลุ่มปกติ การวิเคราะห์สถิติบรรยาย และผลการทดสอบสมมติฐานแบบสองทางของ VisPre ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ตารางวิเคราะห์สถิติบรรยายของ VisPre และผลการทดสอบความแตกต่างของ VisPre

ตัวแปร	กลุ่ม	สถิติบรรยาย					การทดสอบเลวิน		การทดสอบค่าเฉลี่ย		95% CI of Dif.	
		Mean	SD	n	Skewness	Kurtosis	F	Sig.	t	df	p	Lower Upper
VisPre	E	.625	1.030	40	1.424	1.266	.460	.499	.231	78	.818	.050 .217
	C	.575	.903	40	.976	-1.062						

หมายเหตุ: การทดสอบค่าที (t-test) ใช้แบบการประมาณค่าความแปรปรวนเท่ากัน (Equal variances assumed) คะแนนเต็ม 24 คะแนน ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่.05

จากตารางที่ 1 พบว่า ผลการทดสอบ VisPre พบว่า ไม่ปฏิเสธสมมติฐานหลักทางสถิติ ($H_0: \mu_1 = \mu_2$) ที่ระดับนัยสำคัญ.05 ($t = 0.231$; $df = 78$; $p = 0.818$) แสดงให้เห็นว่า กลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม VisPre เท่าเทียมกัน ผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ผลต่างค่าเฉลี่ย ได้ช่วงเชื่อมั่นที่ระดับ 95% ของผลต่างเฉลี่ย VisPre $0.050 < \mu_1 - \mu_2 < 0.217$

ตารางที่ 2 ผลการทดสอบความแตกต่างของ VisPost ระหว่างกลุ่มที่ TGT&GGB และกลุ่มที่ปกติ

ตัวแปร	กลุ่ม	สถิติบรรยาย			การทดสอบเลวิน		การทดสอบค่าเฉลี่ย			95% CI of Dif.	
		Mean	SD	n	F	Sig.	t	df	p	Lower	Upper
VisPost	E	18.825	3.672	40	4.414	.039	3.629	70.966	.001	1.622	5.578
	C	15.225	5.086	40							

หมายเหตุ: การทดสอบค่าที (t-test) ใช้แบบความแปรปรวนของประชากรสองกลุ่มไม่เท่ากัน
คะแนนเต็ม 24 คะแนน
ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่.05

จากตารางที่ 2 พบว่า ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนรู้ (VisPost) ระหว่างนักเรียนกลุ่ม TGT&GGB กับกลุ่มปกติ สรุปจากสถิติบรรยายได้ว่า ค่าเฉลี่ยของ VisPost กลุ่ม TGT&GGB (ค่าเฉลี่ย 18.825) สูงกว่ากลุ่มปกติ (ค่าเฉลี่ย 15.225) เมื่อเปรียบเทียบค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน พบว่า นักเรียนกลุ่ม TGT&GGB มีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ VisPost เท่ากับ 3.672 ส่วนนักเรียนกลุ่มปกติมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ VisPost เท่ากับ 5.086 ผลการทดสอบสมมติฐานเรื่องความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวนด้วย การทดสอบเลวิน (Levene's test) พบว่า นักเรียนกลุ่ม TGT&GGB และกลุ่มปกติ มีค่าความแปรปรวนของ VisPost แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ($F = 4.414$; $p = 0.039$) จึงใช้การทดสอบเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยแบบข้อตกลงเบื้องต้นว่า ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มไม่เท่ากัน (Equal variances not assumed) ผลการทดสอบสมมติฐานแบบทางเดียวของ VisPost พบว่าได้ผลสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัย คือ ผลการวัด VisPost ปฏิเสธสมมติฐานหลักทางสถิติ ($H_0: \mu_1 \leq \mu_2$) ที่ระดับนัยสำคัญ.05 ($t = 3.629$; $df = 70.966$; $p = 0.001$) จึงสรุปได้ว่า นักเรียนกลุ่ม TGT&GGB มี VisPost สูงกว่ากลุ่มปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 แสดงให้เห็นว่า VisPostกลุ่ม TGT&GGB ได้ผลดีกว่ากลุ่มปกติ ส่งผลให้กลุ่มที่ TGT&GGB มี VisPost สูงกว่ากลุ่มปกติ ผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ผลต่างค่าเฉลี่ย ได้ช่วงเชื่อมั่นที่ระดับ 95% ของผลต่างเฉลี่ย VisPost $1.622 < \mu_1 - \mu_2 < 5.578$

ตารางที่ 3 ผลการทดสอบสมมติฐานและช่วงความเชื่อมั่นของตัวแปร VisPost

ตัวแปร	Mean	SD	n	t	df	p(2-tailed)	95% Conf. Interval
VisPost	18.825	3.672	40	3.488	39	.001	$0.851 < \mu \leq 3.199$

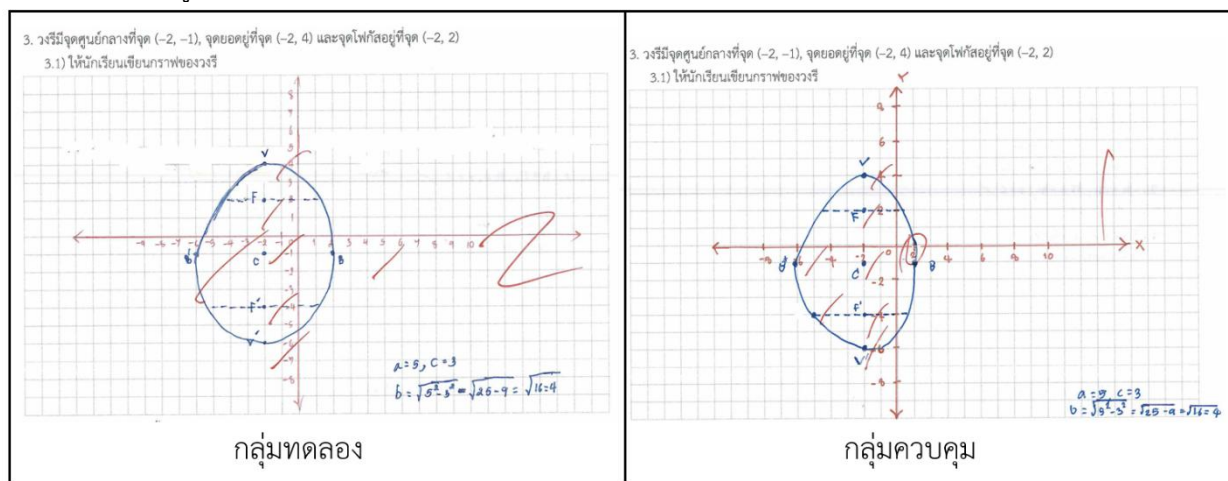
หมายเหตุ: Test values = 16.8 (ร้อยละ 70)
คะแนนเต็ม 24 คะแนน
ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่.05

จากตารางที่ 3 พบว่า ผลการเปรียบเทียบ VisPost ของกลุ่ม TGT&GGB กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้ผลสรุปว่า ค่าเฉลี่ยของ VisPost มีค่าเท่ากับ 18.825 คะแนน ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน มีค่าเท่ากับ 3.672 ผลการทดสอบสมมติฐานแบบทางเดียวของตัวแปร VisPost พบว่า ปฏิเสธสมมติฐาน

หลักทางสถิติ ($H_0 : \mu \leq 16.8$) ที่ระดับนัยสำคัญ.05 ($t = 3.488$; $df = 39$; $p = 0.0005$) จึงสรุปได้ว่า กลุ่ม TGT&GGB มี VisPost สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 (สูงกว่า 16.8 คะแนน) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 สำหรับผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยของ VisPost ได้ช่วงความเชื่อมั่นพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ของตัวแปร VisPost เท่ากับ $0.851 < \mu \leq 3.199$

อภิปรายผล

1. กลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra มีความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย หลังการจัดการเรียนรู้สูงกว่ากับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เนื่องจาก กลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra มีการใช้แอปพลิเคชัน GeoGebra ซึ่งเป็นแอปพลิเคชันที่เป็นพลวัตทำให้นักเรียนสามารถเห็นความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงตัวกับกราฟของภาคตัดกรวยได้ ประกอบการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ที่ทำให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองผ่านระบบของกลุ่ม และฝึกฝนจากเกมการแข่งขัน และหาวิเคราะห์จากความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย หลังการจัดการเรียนรู้ ในส่วนของวัตถจากการนิกภาพกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra (Mean = 5.525; SD = 1.867) มีข้อผิดพลาดน้อยกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ (Mean = 4.175; SD = 2.159) ขอยกตัวอย่างในการเขียนกราฟวงรี ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 ตัวอย่างข้อผิดพลาดของวัตถจากการนิกภาพ - วงรี

โดยเฉลี่ยแล้วหาวิเคราะห์จากมโนทัศน์จากการนิกภาพ กลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra (Mean = 6.550; SD = 1.395) เขียนขั้นตอนเขียนกราฟได้คะแนนเฉลี่ยสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ (Mean = 5.650; SD = 1.26) ขอยกตัวอย่างการเขียนขั้นตอนในการเขียนกราฟไฮเพอร์โบลา ดังภาพที่ 2

4. ไฮเพอร์โบลามีจุดศูนย์กลางที่จุด $(-3, 2)$, จุดยอดอยู่ที่จุด $(1, 2)$ และจุดโฟกัสอยู่ที่จุด $(2, 2)$ 4.1) ให้นักเรียนเขียนขั้นตอนการสร้างไฮเพอร์โบล่า 1. $h = -3, k = 2, a = 4, c = 5, b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3$ 2. $C(-3, 2)$ 3. $V(1, 2), V'(-9, 2)$ 4. $F(2, 2), F'(-8, 2)$ 5. $B(1, 3.5), B'(-3, -1)$ 6. $LR = \frac{2(3^2)}{4} = \frac{9}{2} = 4.5$ พหุคูณ 7. เส้นกำกับ $y - 2 = \pm \frac{3}{4}(x + 3)$ 8. กราฟ กลุ่มทดลอง	4. ไฮเพอร์โบลามีจุดศูนย์กลางที่จุด $(-3, 2)$, จุดยอดอยู่ที่จุด $(1, 2)$ และจุดโฟกัสอยู่ที่จุด $(2, 2)$ 4.1) ให้นักเรียนเขียนขั้นตอนการสร้างไฮเพอร์โบล่า 1. $h = -3, k = 2, a = 4, c = 5, b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3$ 2. $C(-3, 2)$ 3. $V(1, 2), V'(-9, 2)$ 4. $F(2, 2), F'(-8, 2)$ 5. $B(1, 3.5), B'(-3, -1)$ 6. เส้นกำกับ LR = 9 เส้นกำกับ? กลุ่มควบคุม
---	--

ภาพที่ 2 ตัวอย่างข้อผิดพลาดของมโนทัศน์จากการนิกภาพ - ไฮเพอร์โบล่า

และเมื่อวิเคราะห์การตีความจากการนิกภาพกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra (Mean = 6.750; SD = 1.171) โดยเฉลี่ยทำคะแนนได้สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ (Mean = 5.400; SD = 2.036) ยกตัวอย่างจากการเขียนสมการจากการสะท้อนกราฟของพาราโบลา ดังภาพที่ 3

1. กำหนดสมการพาราโบลา $x^2 - 4x + 12y + 28 = 0$ 1.1) หากพาราโบลานี้ถูกสะท้อนด้วยเส้นตรง $y = 3$ สมการพาราโบล่าจะเป็นอย่างไร $h = 2, k = 3, c = 3$ สมการคือ $(x-2)^2 = 4(12y-3)$ กลุ่มทดลอง	1. กำหนดสมการพาราโบลา $x^2 - 4x + 12y + 28 = 0$ 1.1) หากพาราโบลานี้ถูกสะท้อนด้วยเส้นตรง $y = 3$ สมการพาราโบล่าจะเป็นอย่างไร $h = 2, k = 3, c = 3$ สมการคือ $(x-2)^2 = 4(12y-3)$ กลุ่มควบคุม
---	--

ภาพที่ 3 ตัวอย่างข้อผิดพลาดของการตีความจากการนิกภาพ - พาราโบลา

จากการวิเคราะห์แยกส่วนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra ความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย หลังการจัดการเรียนรู้ มากกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ วัตถุประสงค์การนิกภาพ มโนทัศน์จากการนิกภาพ และการตีความจากการนิกภาพ บรรหาร ภาคเกษม (2560) พบว่า การใช้การนิกภาพทางคณิตศาสตร์เชื่อมโยงผ่าน GeoGebra ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาและมีความคิดรวบยอดเรื่อง ภาคตัดกรวยได้ และจิรคุณ เอิบอ้อม (2564) พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และแนะนำให้วิธีการสอนแบบอื่นร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra ที่ทำให้การจัดการเรียนรู้ประสบผลสำเร็จ ส่วนศิริขวัญ พ่อคำ (2562) ใช้ GeoGebra ร่วมกับทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ พบว่า การจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra ทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนสูงกว่าการสอนกลุ่มปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วนทางด้านศรัชัย ปรามงูเหลือม (2560) วิจัยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra พบว่า คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นตามลำดับ

อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 และอำภา บริบูรณ์ (2561) พบว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับเทคนิค TGT สามารถช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งคะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 สอดคล้องกับวิมล วงษ์ใหญ่ (2561) พบว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่.01 สอดคล้องกับฉลาด สายสินธุ์ (2561) ที่พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้โปรแกรม GeoGebra สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ.05 และวิภาพร ทิพย์รักษา (2560) ที่ดำเนินการวิจัย พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการสำรวจหารูปแบบของกราฟพาราโบลาโดยใช้โปรแกรม GeoGebra มีความเข้าใจเรื่องพาราโบลา มากกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ สอดคล้องกับฐิติกานต์ เรไร (2564) ที่พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ.05 อย่างไรก็ตาม ถึงแม้ว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra จะมีความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แต่นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติก็มีพัฒนาการที่ดีขึ้นโดยคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ (VisPre และ VisPost) เป็น 0.575 และ 15.225 คะแนน ตามลำดับ อาจเนื่องมาจากการออกแบบการจัดการเรียนรู้ที่จุดประสงค์การเรียนรู้รายคาบ และเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินผลการเรียนรู้รายคาบมีความสอดคล้องกับแบบวัดความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ประกอบกับการศึกษาหนังสือเรียน และได้แนวทางการจัดการเรียนรู้จากคู่มือครูรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (สสวท.) ตามผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) จึงทำให้นักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติได้รับการพัฒนาความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ได้เช่นกัน

2. กลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra มีความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย หลังการจัดการเรียนรู้ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 เนื่องจากกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra ทำให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ วัดจากการนิกภาพ มโนทัศน์จากการนิกภาพ และการตีความจากการนิกภาพ โดยวัดจากการนิกภาพได้รับการพัฒนาจากการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ที่มีชั้นเกม ทำให้นักเรียนแข่งขันเขียนกราฟของภาคตัดกรวย มโนทัศน์จากการนิกภาพถูกพัฒนาจากการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT จากทั้งชั้นการสอนเนื้อหา และชั้นเรียนกลุ่มย่อยที่นักเรียนได้ออกาสอภิปรายหน้าชั้นเรียน และทบทวนในกลุ่มตนเอง และการตีความจากการนิกภาพถูกพัฒนาจากการใช้แอปพลิเคชัน GeoGebra ที่ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของค่าคงตัวในสมการภาคตัดกรวยกับกราฟของภาคตัดกรวยได้อย่างเป็นพลวัต ซึ่งสอดคล้องกับ Zimmermann and Cunningham (1991) ที่กล่าวว่า การนิกภาพใช้เพื่ออธิบายกระบวนการสร้างภาพหรือการนำเสนอทางเรขาคณิตหรือกราฟิกของแนวคิด หลักการ หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะสร้างด้วยมือหรือด้วยเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ซึ่งหมายความว่ารวมไปถึงแอปพลิเคชัน GeoGebra ตรงกับงานวิจัยของจิรคุณ เอิบอิม (2564) พบว่า

GeoGebra ช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 สอดคล้องกับสถิติกันต์ เรไร (2564) ที่พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ.05 ทางด้านศรชัย ปราบุญเหลือม (2560) วิจัยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับแอปพลิเคชัน GeoGebra พบว่า คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นตามลำดับ และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความสัมพันธ์กันทางบวกในระดับสูง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 อาจแสดงให้เห็นถึงความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์ ที่ต้องอาศัยการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาทางคณิตศาสตร์กับแอปพลิเคชัน GeoGebra และกริพุทธิ์ สว่างสุข (2563) พบว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยเทคนิคกลุ่มแข่งขัน (TGT) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ทำให้ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่.01

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1. ควรศึกษาขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ให้ชัดเจนก่อนนำไปใช้
2. ควรศึกษาวิธีการใช้งานแอปพลิเคชัน GeoGebra เบื้องต้นทุกขั้นตอนก่อนนำมาใช้กับนักเรียน เพื่อให้รู้วิธีการใช้และการแก้ปัญหา
3. ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียนในทุก ๆ ครั้งที่มีโอกาส เพื่อให้นักเรียนแสดงความรู้ออกมา รวมถึงการเสนอแนะเพิ่มเติมระหว่างนักเรียนจะทำให้ห้องเรียนมีชีวิตชีวามากขึ้น

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. การศึกษาความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์กับการจัดการเรียนรู้แบบใหม่ ๆ เนื่องจากการใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบเดิมอาจไม่ทำให้เห็นพัฒนาการสอนของผู้สอน เนื้อหาในภาคเรียนที่ 2 ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ถูกบังคับให้นักเรียนเรียนรู้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงตัวกับกราฟในทุกหน่วยการเรียนรู้ หากนักเรียนเรียนด้วยวิธีการเดิมจะทำให้การเร้าความสนใจหรือการกระตุ้นความกระตือรือร้นของนักเรียนทำได้น้อยลง
2. การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ วัตถุดิบจากการนิภาพ มโนทัศน์จากการนิภาพ และการตีความจากการนิภาพว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร
3. การใช้แอปพลิเคชัน GeoGebra ร่วมกับวิธี รูปแบบ เทคนิค หรือแนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้รูปแบบอื่น ๆ ที่มีผลต่อความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์

เอกสารอ้างอิง

- เกรียงไกร มาตรมุล. (2558). การส่งเสริมความสามารถในการนิภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้โปรแกรมมุกเกิล สเก็ตชอป (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารการศึกษา). มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- จิรคุณ เอิบอิม. (2564). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อเทคโนโลยี GeoGebra ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟของฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬา

- ภรณ์ราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี. (ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต แผนกวิชาหลักสูตรและการสอน). นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- ฉลาด สายสินธุ์. (2561). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมจีโอจีบราเรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. (ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา). มหาวิทยาลัยมหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ชนิสรา เมธภัทรศิริ. (2563). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation) และการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Visualization). *นิตยสาร สสวท.*, 48(224), 22–28.
- ญาติมา ลิ้มสิทธิกุล. (2560). *การจัดการเรียนรู้โดยใช้ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบ TGT วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- ฐิติกานต์ เรไร. (2564). ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเอสทีเอที ร่วมกับโปรแกรมจีโอจีบราที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. (ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน). นครสวรรค์: มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.
- บรรหาร กาศเกษม. (2560). ความเข้าใจเชิงความคิดรวบยอดและความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ภาคตัดกรวยที่สอนโดยใช้โปรแกรมจีโอจีบรา. (ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาครุศาสตร์ศึกษา). เชียงใหม่ : มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- พจนันท์ วัชโรทัย. (2565). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนทับสะแกวิทยา โดยใช้วิธีการสอนแบบ KWDL ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์. (ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา). นครปฐม: มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- ภริพุทธิ์ สว่างสุข. (2563). ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ โดยเทคนิคกลุ่มแข่งขัน (TGT) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง อัตราส่วน สัดส่วนและร้อยละ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. (ปริญญาการศึกษา มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์). ชลบุรี: มหาวิทยาลัยบูรพา.
- มนธิรา นรินทร์รัมย์. (2564). ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคทีมแข่งขันร่วมกับผังมโนทัศน์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. (ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน), นครสวรรค์: มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.
- วิภาพร ทิพย์รักษา. (2560). การศึกษาความเข้าใจและความคงทนในการเรียนรู้ เรื่อง พาราโบลา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านโปรแกรม GeoGebra. (ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา). อุบลราชธานี : มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี.
- วิมล วงษ์ใหญ่. (2561). การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับเทคนิคการจัดทีมแข่งขัน. (ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน), สงขลา: มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา.
- ศรชัย ปราบุญเหลือม. (2560). การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยการจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรมจีโอจีบรา. (ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์). มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

- ศิริขวัญ พ่อคำ. (2562). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับ โปรแกรม GeoGebra เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา. (ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา). อุบลราชธานี : มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2566). คู่มือครู รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2 ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. (ฉบับ e-book ครั้งที่ 2). <http://www.ipst.ac.th/ebook-resource/>.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2567). หนังสือเรียน รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2 ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- อดิวัฒน์ เรือนริน. (2563). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเต็ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านหนองเค็ด โดยใช้วิธีการสอนแบบ TGT. (ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา), นครปฐม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- อรสา แก้วทิพย์. (2562). การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนด้วยการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีการสร้างสร้งความรู้ผ่านชิ้นงานร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เรื่อง ภาคตัดกรวย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. (ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา). พิษณุโลก : มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- อำภา บริบูรณ์. (2561). การพัฒนาชุดการสอนคณิตศาสตร์ โดยการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) และทีมแข่งขัน (TGT) ที่เสริมสร้างทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เจตคติ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร
- ไอริน ถาวรนนท์. (2561). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามวัฏจักรการเรียนรู้ 7 ขั้น โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนประจวบวิทยาลัย. (ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา), ชลบุรี: มหาวิทยาลัยบูรพา.
- Martin, M. (2015). *How visualization can improve the understanding of mathematics*. Tyler Junior College.
- Phillips, L. M., Norris, S. P., & Macnab, J. S. (2010). *Models and modeling in science education: Visualization in mathematics, reading, and science education* (Vol. 5). Springer.
- Slavin, R. E., DeVries, D. L., & Hulten, B. H. (1975). Individual vs. team competition: The interpersonal consequences of academic performance. *Center for Social Organization of Schools*, 188, 4–21.
- Sumartini, T. S., & Maryati, I. (2021). GeoGebra application for quadratic functions. *Journal of Physics: Conference Series*, 1869, 1–4. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1869/1/012138>
- Zimmermann, W., & Cunningham, S. (1991). Editors' introduction: What is mathematical visualization? Retrieved from: http://www.hitt.uqam.ca/mat7191_fich/Zimmermann_Cunningham_1991.pdf