

แนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

Guidelines for the Development of High-level Thinking of Mathayomsuksa 1 Students

วรินดา บุปผาเดช¹, และ นวพล นนทภา²

Varinda Bubpadah¹, and Navapon Nontapa²

^{1,2}คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

Faculty of Education, Rajabhat Maha Sarakham University, Thailand

¹E-mail: porppor116@gmail.com, ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0006-8713-5005>

²E-mail: nawapoon@hotmail.com, ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0005-3139-2224>

Received 12/07/2023

Revised 17/07/2023

Accepted 23/07/2023

บทคัดย่อ

ปัญหาในการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวาปีปทุม ปีการศึกษา 2565 ซึ่งผู้วิจัยได้เล็งเห็นถึงปัญหาที่เกิดขึ้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาแนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูง โดยการวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ (1) เพื่อศึกษาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (2) เพื่อศึกษาแนวทางในการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวาปีปทุม จำนวน 238 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง สถิติที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) ผลการวิจัยพบว่า (1) การคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวาปีปทุม พบว่า การคิดวิเคราะห์ตามแนวทางของมาร์ซาโน สามารถแบ่งออกเป็น 5 ด้าน ดังนี้ 1) ด้านการเปรียบเทียบ นักเรียนทำคะแนนได้ 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 48.31 2) ด้านการระบุ นักเรียนทำคะแนนได้ 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 44.11 3) ด้านการการวิเคราะห์ข้อผิดพลาด นักเรียนทำคะแนนได้ 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 50.42 4) ด้านการสรุปหลักการ นักเรียนทำคะแนนได้ 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 40.33 และ 5) ด้านการนำไปใช้ นักเรียนทำคะแนนได้ 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 52.52 (2) ผลการศึกษาการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวาปีปทุม การให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง มีจำนวน 120 คน คิดเป็นร้อยละ 50.42 (3) ผลการศึกษาการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวาปีปทุม พบว่า การแก้ปัญหานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี มีจำนวน 110 คน คิดเป็นร้อยละ 46.21

คำสำคัญ: แนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูง; การคิดขั้นสูง; การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์; การคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์; การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Abstract

Problems in advanced thinking of Mathayomsuksa 1 students, Wapi Pathum School, the academic year 2022, which the researcher has foreseen the problems that arise. Therefore, the researcher is interested in studying methods for developing higher thinking. The objectives of this research were (1) to study the high-level thinking of Mathayomsuksa 1 students, (2) to study guidelines for developing high-level thinking of Mathayomsuksa 1 students, a sample of Mathayomsuksa 1 students. 1 Wapi Pathum School, a total of 238 students. The research tools were mathematical problem-solving tests. mathematical analytical thinking test math reasoning quiz and a semi-structured interview. The statistics used in the research were mean and standard deviation. Task Analysis and Analytic Description. The results showed that (1) Higher level thinking of Mathayomsuksa 1 students at Wapi Pathum School found analytical thinking according to Marzano's approach. can be divided into 5 aspects as follows: 1) Comparison Students scored 3 points, equivalent to 48.31 percent. 2) Identification, students scored 3 points, equivalent to 44.11 percent. 3) Analysis of errors. Students scored 3 points, equivalent to 50.42%. 4) Summary of principles Students scored 3 points, representing 40.33 percent, and 5) the aspect of the application. Students scored 3 points, representing 52.52%. (2) Results of a study of reasoning for Mathayomsuksa 1 students at Wapi Pathum School Reasoning for Mathayomsuksa 1 students, most of the students were at the moderate level with 120 students, representing 50.42%. (3) The results of a study of problem-solving of Mathayomsuksa 1 students at Wapi Pathum School found that the problem-solving of Mathayomsuksa 1 students was at a good level with 110 students representing 46.21%.

Keywords: Advanced Thinking Development Guidelines; Advanced Thinking; Mathematical Problem Solving; Mathematical Critical Thinking; Mathematical Reasoning

บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ที่ทำให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็น

[356]

Citation:



วรินดา บุปผาเดช และ นวพล นนทภา. (2566). แนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วารสารสหวิทยาการวิจัยและวิชาการ, 3 (5), 356-374

Bubpadah, V., & Nontapa, N. (2023). Guidelines for the Development of High-level Thinking of Mathayomsuksa 1 Students. Interdisciplinary Academic and Research Journal, 3 (5), 356-374; DOI: <https://doi.org/10.14456/iarj.2023.258>

เครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ และเป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเพราะการคิดค้นทางวิทยาศาสตร์ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (ยุพิน พิพิชกุล และคณะ. 2545: 3)

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการแก้ปัญหาที่สามารถพัฒนาได้โดยการเรียนการสอนเกี่ยวกับภาษา (Linguistic) การคำนวณ (Computation) การดำเนินการ (Operation) และกระบวนการปฏิบัติ (Procedural) โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์แนวทางการแก้ปัญหา ประเมินการแก้ปัญหาว่ามีความเหมาะสม มีประสิทธิภาพเพียงใด และประเมินความสมเหตุสมผล หรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้พิสูจน์ และแปลความหมายของผลที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยคำนึงถึงปัญหาเดิม พัฒนา และใช้กลวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นปัญหาที่หลากหลายขั้นตอน และไม่คุ้นเคย ปรับเปลี่ยน และขยายความเกี่ยวกับวิธีการ ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และต้องใช้ความคิดที่หลากหลาย เพื่อหาแนวทางวิธีการแก้ปัญหา ที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด (Barnett, 1988: 101-129 และ อัมพร ม้าคนอง, 2534: 39) ซึ่งปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะต้องขึ้นอยู่กับบุคคล ไม่ว่าจะเป็นด้านสติปัญญา (Intelligence) การอ่าน (Reading) และทักษะพื้นฐาน (Basic Skill) (Adams and Beeson, 1977: 174-175) ซึ่งปัจจุบันพบว่า การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ยังเน้นการบรรยายเป็นส่วนใหญ่ นักเรียนเป็นผู้ฟังเพียงอย่างเดียว จึงส่งผลให้ขาดทักษะการคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหา การทำงานเป็นกลุ่ม การจัดการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ จึงเป็นกิจกรรมที่ไม่ได้มีการส่งเสริมในด้านทักษะต่าง ๆ เท่าที่ควร

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยได้เห็นถึงปัญหาของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนนาปีปทุม ปีการศึกษา 2565 พบว่า โดยส่วนใหญ่ นักเรียนมีพื้นฐานของขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่แน่นพอ จึงทำให้นักเรียนไม่สามารถเข้าใจขั้นตอนแต่ละขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาได้ และนักเรียนยังขาดการฝึกฝนทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะด้านอื่น ๆ ให้สูงขึ้น มีความสำคัญทั้งต่อตนเอง สังคม องค์กรและประเทศชาติ นำไปสู่การแสวงหาความรู้เพื่อความเข้าใจเรื่องนั้น ๆ มีความจำเป็น ต่อการดำรงชีวิตในสังคม การแก้ปัญหาต้องใช้ความรู้การรวบรวมข้อมูลจากประสบการณ์ต่าง ๆ แล้วนำมาจัดระบบ เพื่อนำไปสู่วิธีการหรือแนวทางในการแก้ปัญหา บุคคลที่สามารถดำรงชีวิตอยู่ได้ดีมีความสุขในสังคมที่มีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา ต้องเป็นบุคคลที่มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เพื่อที่จะสามารถนำพาตนเองให้รอดพ้นจากปัญหาและอุปสรรค (Sternberg, 1997: 18-20) การคิดวิเคราะห์ เป็นความสามารถในการ

.....
แยกแยะส่วนย่อยของสิ่งต่าง ๆ เพื่อดูความสำคัญความสัมพันธ์ และหลักการของความเป็นไป (Hannah and Michaelis, 1977: 55-56)

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยได้เห็นถึงปัญหาของการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวชิรวิทย์ ปีการศึกษา 2565 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ขาดการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเนื่องจาก ปัจจุบันเทคโนโลยีเครื่องมือสื่อได้เข้ามาเป็นปัจจัยหลักของการใช้ชีวิต จึงเป็นสาเหตุให้นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสำคัญไปกับการเล่นเครื่องมือสื่อสารมากกว่าที่จะทำกิจกรรมการเรียนการสอนในห้องเรียน จึงทำให้นักเรียนขาดฝึกฝน หรือไม่ตั้งใจเรียนในห้องเรียน

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งจำเป็นและสำคัญอย่างยิ่ง เพราะการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาออกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริง คณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบ มีความหมาย และทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถประยุกต์ไปใช้ในสาขาอื่น ๆ ได้ (สมเดช บุญประจักษ์, 2540: 34) ในระดับประถมศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน เป็นเป้าหมายที่สำคัญประการหนึ่งในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะจะช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ ความเชื่อมโยง และสร้างความหมายของคณิตศาสตร์ อันจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จากผลการวิจัยของ (Baroody, 1993: 25) และผลการวิจัยของ (Lasher, 1972: 487-A) นักเรียนที่เรียนชั้นสูงกว่าจะมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่เรียนชั้นต่ำกว่าระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยประยุกต์ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ปัญหาของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือการนำเอาบทนิยามมาใช้ ซึ่งทำให้นักเรียนไม่สามารถสรุป หรืออ้างอิงแหล่งที่มาของคำตอบได้อย่างไรก็ตามจากที่มาและความสำคัญของปัญหาข้างต้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษากระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการคิดขั้นสูง เพื่อหาข้อบกพร่องในการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวชิรวิทย์ ปีการศึกษา 2565 โดยใช้แนวทางการคิดขั้นสูงของมาร์ซาโน ที่ได้แบ่งการคิดขั้นสูง ออกเป็น 3 ตัวแปร ได้แก่ การคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ผู้วิจัยได้แบ่งออกเป็น 5 ด้าน ได้แก่ด้านการเปรียบเทียบ ด้านการระบุ ยกตัวอย่างและจัดกลุ่ม ด้านการวิเคราะห์ข้อผิดพลาด ด้านการสรุปหลักการ และด้านการนำไปใช้ เพื่อหาแนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อเป็นแนวทางในการเสริมสร้างการคิดขั้นสูงเพื่อนำไปใช้ประยุกต์แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 อันจะทำให้ความรู้ที่นักเรียนได้เรียนมาคงทน และเพื่อให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น

วัตถุประสงค์การวิจัย

- 1) เพื่อศึกษาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
- 2) เพื่อศึกษาแนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ทบทวนวรรณกรรม

การคิดขั้นสูง หมายถึง ทักษะการคิดที่มีความซับซ้อน มีกระบวนการหรือขั้นตอนในการคิดมากและซับซ้อนขึ้น เพื่อให้ได้คำตอบหรือบรรลุวัตถุประสงค์ที่ต้องการ เช่น การตัดสินใจ การแก้ปัญหาต่าง ๆ (ราชบัณฑิตยสถาน, 2558: 238) เช่น การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การคิดสร้างสรรค์ การคิดแก้ปัญหา การคิดเชิงระบบ ทักษะการนิยาม การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ การประยุกต์ การสร้าง การจัดระบบ การหาแบบแผน การพิสูจน์ การทำนาย เป็นต้นซึ่งผู้วิจัยได้แบ่งตัวแปรการคิดขั้นสูง ออกเป็น 3 ตัวแปร ได้แก่ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา (Polya's Four-Stage Method,1957) ได้แก่

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

ครูต้องถามน่านักเรียนเกี่ยวกับความหมายของคำศัพท์และข้อความของโจทย์กล่าวถึงอะไร

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

จากข้อความโจทย์นำมาเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

นักเรียนจะต้องดำเนินการคำนวณตามแผนที่วางไว้นั้น

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาสำเร็จก็จะตรวจสอบว่าผลที่ได้นั้นถูกต้องมีความเป็นไปได้สำหรับโจทย์นั้นหรือไม่

การคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความชำนาญในการคิดใคร่ครวญ แยกแยะข้อมูล จำแนกองค์ประกอบต่าง ๆ ซึ่งผู้วิจัยได้นำทฤษฎี ซึ่งผู้วิจัยได้นำทฤษฎีการคิดวิเคราะห์ของมาร์ซาโน (Marzano's Taxonomy) มาเป็นเกณฑ์และสามารถแบ่งออกได้เป็น 5 ด้านดังนี้

1. การเปรียบเทียบ คือ ความสามารถในการสังเกตและจำแนกแยกแยะรายละเอียดของสิ่งต่าง ๆ หรือเหตุการณ์ที่เหมือนหรือแตกต่างกันออกเป็นส่วน ๆ อย่างมีหลักเกณฑ์และเข้าใจง่ายแล้วเปรียบเทียบ

2. การระบุ ยกตัวอย่างและจัดกลุ่ม คือ ความสามารถในการใช้ความรู้ เพื่อการจัดกลุ่มจัดลำดับ ระบุ ยกตัวอย่าง ระบุลักษณะความเหมือนความต่าง จัดประเภทของสิ่งต่าง ๆ โดยใช้คุณลักษณะหรือคุณสมบัติของสิ่ง นั้น ๆ อย่างมีหลักการหรือหลักเกณฑ์

3. การวิเคราะห์ข้อผิดพลาด คือ ความสามารถในการระบุข้อผิดพลาดหรือความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์ กันของสิ่งต่าง ๆ โดยโยงความสัมพันธ์สู่การสรุปอย่างสมเหตุสมผล ระบุสิ่งที่ไม่ถูกต้องหรือไม่เหมาะสมใน สถานการณ์ต่าง ๆ การใช้ความรู้เดิมผสมผสานกับความรู้ใหม่ไปสู่การสรุป

4. การสรุปหลักการ คือ ความสามารถในการนำความรู้เดิมเป็นข้อมูลเพื่อไปสู่ความรู้ หรือหลักการใหม่ ประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่

5. การนำไปใช้ คือ ความสามารถนำความรู้หรือหลักการไปใช้เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงเข้าใจเหตุการณ์ ระบุ รายละเอียดในเหตุการณ์นั้น ๆ

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ และการคิดหรือตรรก ครอบงำเหตุผล เพื่อพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหา โดยอาศัยองค์ประกอบพื้นฐานต่าง ๆ เป็นการหาข้อสรุป ที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ ใหม่ ๆ

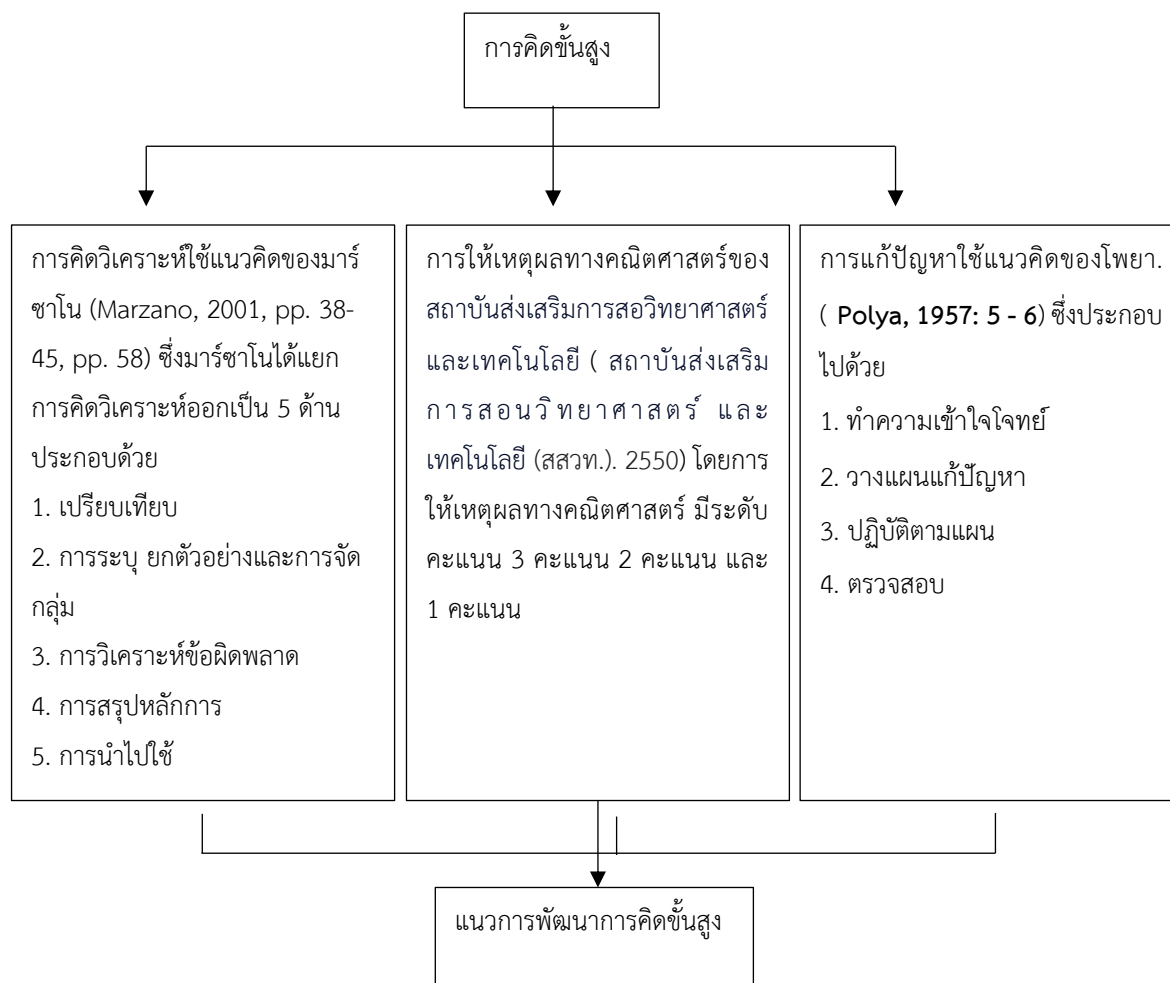
กรอบแนวคิดในการวิจัย

งานวิจัยเรื่อง แนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยใช้กรอบแนวคิดเกี่ยวกับ การคิดวิเคราะห์ของมาร์ซาโน (Robert, J. Marzano, 2001: 38-45: 58) ซึ่งมาร์ซาโนได้แยกการคิดวิเคราะห์ ออกเป็น 5 ด้าน ประกอบด้วย การเปรียบเทียบ การระบุ ยกตัวอย่างและการจัดกลุ่ม การวิเคราะห์ข้อผิดพลาด การสรุปหลักการ การนำไปใช้

ผู้วิจัยใช้กรอบแนวคิดเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์ และ เทคโนโลยี (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี (สสวท.). 2550) โดยการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ มีระดับคะแนน 3 คะแนน 2 คะแนน และ 1 คะแนน

ผู้วิจัยใช้กรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาของโพลยา. (Polya, 1957: 5 - 6) ซึ่งประกอบไปด้วย

1. ทำความเข้าใจโจทย์
2. วางแผนแก้ปัญหา
3. ปฏิบัติตามแผน
4. ตรวจสอบ



แผนภาพที่ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย

ระเบียบวิธีการวิจัย

การวิจัย เรื่อง แนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง: 1) ประชากรที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวาปีปทุม อำเภอวาปีปทุม จังหวัดมหาสารคาม ที่เรียนในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 14 ห้องเรียน จำนวนนักเรียนทั้งหมด 548 คน ซึ่งมีการจัดชั้นเรียนแบบคละความสามารถ 2) กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/3 จำนวน 39 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/6 จำนวน 40 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/7 จำนวน 40 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/8 จำนวน 40 คน นักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 1/10 จำนวน 40 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/13 จำนวน 39 คน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 6 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 238 คน ซึ่งขนาดของกลุ่มตัวอย่างได้มาจากการคำนวณสูตรของ Yamane, T., (1973: 725)

เครื่องมือเก็บรวบรวมข้อมูล: 1) แบบทดสอบการคิดวิเคราะห์จำนวน จำนวน 15 ข้อ เป็นข้อสอบแบบอัตนัย แบบทดสอบการให้เหตุผลจำนวน 10 ข้อ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย และแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 4 ข้อ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย 2) แบบสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิ เรื่อง แนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 3 ข้อ ผู้วิจัยสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 5 คน

กระบวนการเก็บรวบรวมข้อมูล: ในการเก็บรวบรวมข้อมูลของการศึกษาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวาปีปทุม มีขั้นตอนดังนี้

1) ขออนุญาตจากบัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม เพื่อขออนุญาตผู้อำนวยการโรงเรียนวาปีปทุม ในการเก็บรวบรวมข้อมูลนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565

2) ดำเนินการให้นักเรียนทำแบบทดสอบการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

3) เสนอการให้คะแนนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 124)

4) เสนอการให้คะแนนการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์

5) เสนอการให้คะแนนการให้เหตุผลคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

การวิเคราะห์ข้อมูล การวิจัยเรื่องแนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการศึกษารายละเอียดต่อไปนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลตามวัตถุประสงค์ 1) ใช้ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description)

2. การวิเคราะห์ข้อมูลตามวัตถุประสงค์ 2) ใช้ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description)

ผลการวิจัย

ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยที่ผู้วิจัยได้แบ่งตัวแปรการคิดขั้นสูงออกเป็น 3 ตัวแปร ได้แก่ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ และการให้

เหตุผลทางคณิตศาสตร์ รวมถึงแนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

1.1 ผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 1 ผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวาปีปทุม

คะแนนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ
3	110	46.21
2	94	39.49
1	34	14.28
รวม	238	100

จากตารางที่ 1 พบว่า ผลการศึกษาการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี มีจำนวน 110 คน คิดเป็นร้อยละ 46.21 ระดับปานกลาง มีจำนวน 94 คน คิดเป็นร้อยละ 39.49 มี และระดับต่ำ มีจำนวน 34 คน คิดเป็นร้อยละ 14.28 ตามลำดับ

1.2 ผลการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2 ผลการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวาปีปทุม

การคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์	คะแนน	จำนวน	ร้อยละ	ค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$)
1. การเปรียบเทียบ	3	115	48.31	2.32	0.74
	2	84	35.29		
	1	39	16.38		
2. การระบุ	3	105	44.11	2.16	0.78
	2	80	33.61		
	1	53	22.26		
3. การวิเคราะห์ข้อผิดพลาด	3	120	50.42	2.35	0.73
	2	81	34.03		
	1	37	15.54		

การคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์	คะแนน	จำนวน	ร้อยละ	ค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$)
4. สรุปหลักการ	3	96	40.33	2.15	0.80
	2	81	34.03		
	1	61	25.63		
5. การนำไปใช้	3	125	52.52	2.32	0.79
	2	65	27.31		
	1	48	20.16		

จากตารางที่ 2 พบว่า ผลการการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1) ด้านการเปรียบเทียบ นักเรียนทำคะแนนได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 16.38 และมีค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ของด้านการเปรียบเทียบ เท่ากับ 1.95 และ 1.06 ตามลำดับ 2) ด้านการระบุ นักเรียนทำคะแนนได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 22.26 และมีค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ของด้านการระบุ เท่ากับ 1.99 และ 0.95 ตามลำดับ 3) ด้านการวิเคราะห์ข้อผิดพลาด นักเรียนทำคะแนนได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 15.54 และมีค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ของด้านการวิเคราะห์ข้อผิดพลาด เท่ากับ 2.04 และ 1.05 ตามลำดับ 4) ด้านการสรุปหลักการ นักเรียนทำคะแนนได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 25.63 และมีค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ของด้านการสรุปหลักการ เท่ากับ 1.95 และ 1.04 ตามลำดับ และ 5) ด้านการนำไปใช้ นักเรียนทำคะแนนได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 20.16 ตามลำดับ และมีค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ของด้านการนำไปใช้ เท่ากับ 2.11 และ 0.95 ตามลำดับ

1.3 ผลการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 3 ผลการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวาปีปทุม

คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ
3	75	31.50
2	120	50.42
1	43	18.06
รวม	238	100

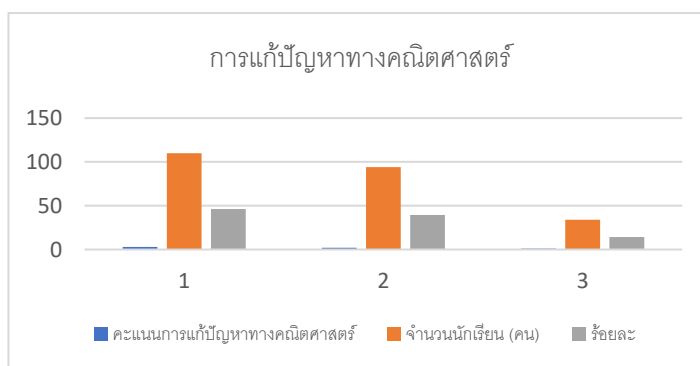
จากตารางที่ 3 พบว่า ผลการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง มีจำนวน 120 คน คิดเป็นร้อยละ 50.42 ระดับสูง มีจำนวน 75 คน คิดเป็นร้อยละ 31.50 มี และระดับต่ำ มีจำนวน 43 คน คิดเป็นร้อยละ 18.06 ตามลำดับ

ตอนที่ 2 การวิเคราะห์ข้อมูลตามวัตถุประสงค์ข้อที่ 2) ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลจากงานเขียนของนักเรียนและการสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิโดยใช้แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง เพื่อหาแนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และการแสดงแทนเกี่ยวกับแนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลจากงานเขียนของนักเรียนและการสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิโดยใช้แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง เพื่อหาแนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษาแนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แนวทางในการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยที่การคิดขั้นสูงผู้วิจัยได้แบ่งตัวแปรออกเป็น 3 ตัวแปร ได้แก่ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, การคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้มีแนวทางการพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนที่ 1 ขั้นการทำความเข้าใจโจทย์ คุณครูให้นักเรียนได้ฝึกการทำความเข้าใจโจทย์ว่า โจทย์นั้นเขาต้องการถามหาอะไรแล้วเขากำหนดข้อมูลอะไรมาให้เราบ้าง โดยที่ครูค่อย ๆ อธิบายอย่างช้า ๆ ชัดเจน และเข้าใจได้ง่าย ขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ครูฝึกให้นักเรียนได้วางแผนในการแก้ปัญหานั้น ๆ โดยที่ครูคอยให้คำแนะนำ ชี้แนะ อยู่ห่าง ๆ ขั้นตอนที่ 3 ปฏิบัติตามแผน ครูได้ให้นักเรียนได้ลงมือแสดงวิธีทำตามแผนที่ตัวเองได้วางไว้ โดยที่ครูจะยกตัวอย่างจากตัวอย่างที่ง่ายไปตัวอย่างที่ยาก และครูจะต้องอธิบายอย่างช้า ๆ ชัดเจน ไม่ใช่คำพูดที่นักเรียนฟังแล้วเข้าใจยากขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ ครูยกตัวอย่างการตรวจคำตอบให้นักเรียนหลาย ๆ ตัวอย่าง และให้นักเรียนได้ลงมือทำด้วยตัวเอง โดยที่ครูจะคอยให้คำปรึกษาอยู่ใกล้ ๆ ในส่วนของด้านการคิดวิเคราะห์ผู้วิจัยได้แบ่งออกเป็น 5 ด้าน ได้แก่ ด้านที่ 1 ด้านการเปรียบเทียบ ครูยกอธิบายพร้อมทั้งยกตัวอย่างให้นักเรียน โดยที่ครูต้องอธิบายให้นักเรียนเข้าใจได้ง่าย ไม่ซับซ้อน ด้านที่ 2 การระบุ และยกตัวอย่าง ครูต้องค่อย ๆ ยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างให้นักเรียนดู และค่อย ๆ อธิบาย และให้แบบฝึกหัดให้นักเรียนได้ลงมือทำ ด้านที่ 3 วิเคราะห์ข้อผิดพลาด คุณครูต้องตรวจดูก่อนว่านักเรียนมีพื้นฐานมากน้อยแค่ไหน แล้วจึงค่อย ๆ อธิบายวิธีการแสดงวิธีทำหรือวิธีการหาคำตอบ ด้านที่ 4 การสรุป ครูต้องแน่ใจก่อนว่าที่สอยในเนื้อหาที่นักเรียนมีความเข้าใจมากน้อยแค่ไหน โดยครูต้องพานักเรียนสรุปก่อนว่าเป็นมายังไงแบบไหน แล้วหลังจากนั้นให้นักเรียนได้ลองสรุปแล้วให้ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน ด้านที่ 5 ด้านการนำไปใช้ โดยที่ครูช่วยกันกับนักเรียนก่อน แล้วค่อยให้นักเรียนได้มีการลงมือทำ ตัวแปรสุดท้ายการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้แบ่งเกณฑ์คะแนนออกเป็น 3 คะแนน 2 คะแนน และ 1 คะแนน พบว่า 3 คะแนน นักเรียนส่วนใหญ่หาคะแนนออกมาได้ดี ครูจึงต้องมีการเพิ่มระดับความยากของโจทย์ขึ้นไปอีกระดับหนึ่ง ระดับคะแนน 2 คะแนน ครูต้องกำชับให้นักเรียน เช็คำตอบหรือขั้นตอนในการ

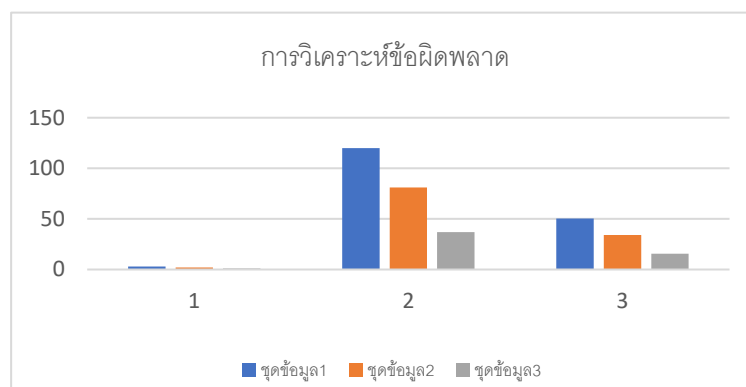
หาคำตอบ เพราะบางทีนักเรียนอาจมีการรีบในการทำแบบทดสอบจึงเป็นสาเหตุให้มีบางส่วนที่ไม่ถูกต้อง ในระดับคะแนน 3 คะแนน ครูต้องค่อย ๆ สอน หรือยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง และอธิบายอย่างชัดเจน ในบางเนื้อหาจากผลการศึกษาผู้วิจัยสามารถสรุป และสามารถสังเคราะห์ ได้ดังต่อไปนี้

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 คะแนนที่นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้มากที่สุดคือ 3 คะแนน มีจำนวนนักเรียนที่ทำได้ 110 คน คิดเป็นร้อยละ 46.21



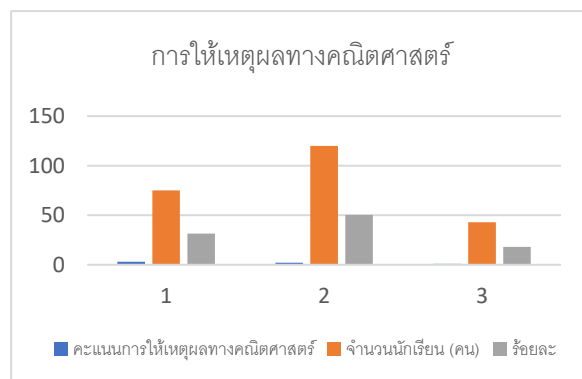
แนวทางการพัฒนา: ครูจำเป็นต้องฝึกให้เรียนทำความเข้าใจโจทย์ทีละขั้นตอน เช่น ในขั้นตอนแรก โจทย์ต้องการหาอะไร ครูต้องค่อย ๆ ยกตัวอย่างจากง่ายไปยาก และค่อยให้คำแนะนำกับนักเรียน

การคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้านที่นักเรียนทำคะแนนได้ดีที่สุด คือ ด้านที่ 3 การวิเคราะห์ข้อผิดพลาด โดยที่นักเรียนส่วนใหญ่ทำคะแนนได้ 3 คะแนน จำนวนนักเรียน 120 คน คิดเป็นร้อยละ 50.42



แนวทางการพัฒนา: ครูต้องค่อย ๆ อธิบาย โดยใช้ถ้อยคำที่ฟังแล้วนักเรียนเข้าใจได้ง่าย และต้องชัดเจน ไม่สับสน และครูจะต้องยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง และหลากหลายสถานการณ์

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระดับคะแนนที่นักเรียนทำได้มากที่สุดคือ 2 คะแนน มีจำนวนนักเรียนที่ทำได้ 120 คน คิดเป็นร้อยละ 50.42



แนวทางการพัฒนา: ครูหมั่นให้นักเรียนฝึกฝนโดยการทำแบบฝึกหัด หรือ แบบฝึกทักษะ และอธิบายแหล่งที่มาของคำตอบที่นักเรียนคำนวณหาคำตอบมาได้ ว่ามาจากไหน ครูยกตัวเองให้สอดคล้องกับบทนิยามทฤษฎี อย่างละเอียด

อภิปรายผล

จากการผลการวิจัย เรื่อง การศึกษาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยอภิปรายผลดังนี้

1 ผลศึกษาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี มีจำนวน 110 คน คิดเป็นร้อยละ 46.21 ระดับปานกลาง มีจำนวน 94 คน คิดเป็นร้อยละ 39.49 มี และระดับต่ำ มีจำนวน 34 คน คิดเป็นร้อยละ 14.28 ตามลำดับทั้งนี้ระดับคะแนนที่ได้เยอะที่สุด คือ ระดับดี มีจำนวน 110 คน คิดเป็นร้อยละ 46.21 เนื่องจากนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับสูง กลุ่มนี้สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ และสามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องครบถ้วน นั่นคือ นักเรียนมีการทำความเข้าใจปัญหาได้ค่อนข้างดี และมีการแสดงร่องรอยการคิดที่ชัดเจน สามารถหาคำตอบและแสดงการวางแผนได้ แต่ยังขาดความเข้าใจของการตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้อง แต่การแก้ปัญหากับวิธีแก้ปัญหายังไม่มีความหลากหลาย ในการแก้ปัญหาแบบที่เคยเรียน แต่นักเรียนยังขาด การเรียบเรียงขั้นตอนให้เข้าใจได้ชัดเจน รวมทั้งยังรู้วิธีการตรวจสอบคำตอบได้ และโดยส่วนใหญ่ นักเรียนค่อนข้างที่จะตีความหมายจากโจทย์ได้ค่อนข้างยาก ซึ่งต้องมีการฝึกฝน ขยันทำโจทย์หรือแบบฝึกหัดที่ครูได้มอบหมายให้เป็นประจำ เพื่อที่จะสามารถเข้าใจและเรียงลำดับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัย (Căprioară, D. 2014: 1894) เรื่อง การแก้ปัญหา – จุดประสงค์และวิธีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโรงเรียน พบว่า นักเรียนเห็นความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แต่พวกเขาชอบปัญหาที่ได้รับการแก้ไขด้วยวิธีอัลกอริทึม ความยากของปัญหานี้อยู่ที่การระบุประเภทของปัญหา และความพยายามในการแก้ปัญหาลดลงเหลือเพียงการประยุกต์ใช้อัลกอริทึมที่ถูกต้องซึ่งนำไปสู่ผลลัพธ์ที่คาดหวังอย่างแน่นอน แต่ความจริงความท้าทายทางปัญญาเกิดจากปัญหาที่สามารถแก้ไขได้ด้วยวิธีฮิวริสติกซึ่งมุ่งเน้นไปที่ความพยายามในการหาทางออก การแก้ปัญหาดังกล่าวต้องการอารมณ์และประสบการณ์

ของนักเรียนในระดับที่สูงขึ้น แต่ผลกระทบเชิงโครงสร้างจะชัดเจนยิ่งขึ้นเมื่อเตรียมพวกเขาให้พร้อมสำหรับการแก้ปัญหาที่แท้จริง ที่พวกเขาจะเผชิญในชีวิต การศึกษาที่ดำเนินการกับนักเรียนที่มีประสบการณ์สำคัญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้แสดงให้เห็นว่าผลลัพธ์ของพวกเขาเป็นอย่างไร แม้ว่าปัญหาที่ต้องแก้ไขจะไม่ได้มีความยากระดับสูงสำหรับระดับนั้นก็ตาม ดังนั้นการสอนนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ยังคงเป็นความท้าทายอย่างมากสำหรับครูคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งนอกเหนือจากความเป็นจริงเนื้อหาของปัญหาเป็นลำดับความสำคัญลักษณะเฉพาะซึ่งครูต้องคำนึงถึงในระดับที่มากขึ้น และสอดคล้องกับงานวิจัย (Sukmaningthias, N., 2016: 454) เรื่อง พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์และคณิตศาสตร์การเป็นตัวแทนของนักเรียนผ่านปัญหาทางคณิตศาสตร์กาแก้ปัญหา พบว่า จากการศึกษาหลายทฤษฎีข้างต้นสามารถสรุปได้ว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงอย่างมากในการพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์และการแทนค่าทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับการให้โจทย์นักเรียนบังคับแก้ปัญหาเรื่อง Connection ผ่านการแก้ปัญหานั้น นักเรียนเริ่มคุ้นเคยกับการคิดวิเคราะห์ ทักษะในการวิเคราะห์ปัญหาทางอ้อมจะเพิ่มขึ้น จากนั้นจะมองเห็นความสามารถในการเป็นตัวแทนของนักเรียน เพราะผ่านการคิดวิเคราะห์ทักษะจะเป็นทักษะในการเป็นตัวแทนของบางสิ่งบางอย่าง

ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในระดับที่ 1) ด้านการเปรียบเทียบ นักเรียนทำคะแนนได้ 3 คะแนน 2 คะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 48.31, 35.29, 16.38 ตามลำดับ 2) ด้านการระบุ นักเรียนทำคะแนนได้ 3 คะแนน 2 คะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 44.11, 33.61, 22.26 ตามลำดับ 3) ด้านการการวิเคราะห์ข้อผิดพลาด นักเรียนทำคะแนนได้ 3 คะแนน 2 คะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 50.42, 34.03, 15.54 และ 11.50 ตามลำดับ ข้อผิดพลาด 4) ด้านการสรุปหลักการ นักเรียนทำคะแนนได้ 3 คะแนน 2 คะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 40.33, 34.03, 25.63 ตามลำดับ และ 5) ด้านการนำไปใช้ นักเรียนทำคะแนนได้ 3 คะแนน 2 คะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 52.52, 27.31, 20.16 ตามลำดับ พบว่า ด้านที่ระดับคะแนนนักเรียนทำได้เยอะที่สุดคือ ด้านที่ 5 การนำไปใช้ จำนวนที่ 125 คน คิดเป็นร้อยละ 52.52 ทั้งนี้เนื่องมาจากเมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหานักเรียนสามารถอ่านโจทย์ปัญหาได้ และนักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ มีการลำดับขั้นตอนในการแสดงวิธีคิดวิเคราะห์กับโจทย์ปัญหานั้น ๆ ได้ถูกต้อง และนักเรียนยังเกิดความเข้าใจในสูตรหรือการตีความหมายของคำถามในโจทย์นั้นว่าต้องการถามหาอะไร แล้วทำอย่างไรถึงจะได้คำตอบนั้น จึงทำให้นักเรียนการแทนค่าในสูตรเพื่อที่จะหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง และทำให้นักเรียนไม่เกิดความสับสนในการนำสูตรการหาจำนวนของนักเรียนชาย มาใช้ได้อย่างถูกต้อง นักเรียนได้มีการฝึกฝน และสังเกตจากแบบฝึกหัดในการทำโจทย์ปัญหาที่หลากหลายรูปแบบ และนักเรียนได้มีการคิดพิจารณาถึงสภาพความเป็นจริงของข้อคำถาม จึงทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการนำไปใช้ได้ ซึ่งสอดคล้องกับ (Qolfathiriyus 2018: 1) เรื่อง ลักษณะเฉพาะของการคิดวิเคราะห์ในวิชาคณิตศาสตร์การแก้ปัญหา กล่าวว่า การคิดเชิงวิเคราะห์เป็นความสามารถในการคิดเพื่อช่วยบุคคลในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. เป็นสิ่งสำคัญสำหรับการทำความเข้าใจส่วนต่างๆ ของสถานการณ์ ความสามารถในการกลั่นกรองและรายละเอียดข้อเท็จจริง อย่างไรก็ตาม ความแตกต่างหรือการแปรผันถูกอธิบายเป็นลักษณะของการวิเคราะห์ ลักษณะของการคิดวิเคราะห์ประกอบด้วยก่อนวิเคราะห์, บางส่วนวิเคราะห์, กึ่งวิเคราะห์, และวิเคราะห์ การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่ออธิบายลักษณะการคิดวิเคราะห์ของ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย นักเรียนในการแก้ปัญหาโดยใช้วัสดุสองมิติ เป็นการศึกษาเชิงคุณภาพ โดยผู้เข้าร่วมการศึกษาคั้งนี้เป็นนักเรียนที่มีความสามารถสูง 2 คนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายเกรด 11 โรงเรียนที่ 1 เขตงวารัฐลูงกากง. ใช้วิธีการคิดตั้ง ๆ เพื่อรวบรวมข้อมูล ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่มีความสามารถสูงมีลักษณะการคิดวิเคราะห์ก่อนเรียนเมื่อพวกเขา กำลังทำความเข้าใจกับปัญหา วางแผนขั้นตอน และตรวจสอบคำตอบย้อนหลังและพวกเขามีลักษณะการคิดแบบกึ่งวิเคราะห์และก่อนวิเคราะห์เมื่อดำเนินการวางแผน. สรุปได้ว่านักเรียนที่มีความสามารถสูงมีการคิดวิเคราะห์สองในสี่ลักษณะเฉพาะ ได้แก่ การวิเคราะห์ล่วงหน้าและการวิเคราะห์กึ่งวิเคราะห์ และจะสอดคล้องกับงานวิจัย (Lidya Putri Apriliana 2019: 132) เรื่อง ผลการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาต่อการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า นักเรียนที่ได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นศูนย์กลางมีความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์เพราะได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้บ่อยครั้งและสามารถแก้ปัญหาโดยใช้แนวทางการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ผลการศึกษายังพิสูจน์ว่าประสิทธิภาพของนักเรียนดีขึ้นอย่างมากหลังจากมีส่วนร่วมในแนวทางการเรียนรู้ที่เน้นปัญหา สิ่งนี้บ่งชี้ว่าแนวทางการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นศูนย์กลางส่งผลต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง มีจำนวน 120 คน คิดเป็นร้อยละ 50.42 ระดับสูง มีจำนวน 75 คน คิดเป็นร้อยละ 31.50 มี และระดับต่ำ มีจำนวน 43 คน คิดเป็นร้อยละ 18.06 ตามลำดับ ทั้งนี้เนื่องจากระดับคะแนนที่นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้คือ ระดับปานกลาง มีจำนวน 120 คน คิดเป็นร้อยละ 50.42 พบว่า นักเรียนสามารถแสดงวิธีการให้เหตุผลได้ถูกต้อง โดยสามารถใช้บทนิยามหรือเหตุผลต่าง ๆ ในการคิดหรือคำนวณออกมาอธิบาย และนักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบโดยสามารถอธิบายและเชื่อมโยงคำตอบของตนเอง คำวนค่าออกมาเป็นตัวเลขได้ และมีความสามารถทางสติปัญญา ความสามารถทางด้านความรู้ ความคิดพื้นฐาน ความรู้เดิมมีการคิดหาคำตอบ โดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างเหตุและผลได้ การให้เหตุผลของนักเรียนกับเนื้อหา เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ เป็นเนื้อหาที่มีซับซ้อนในการทำความเข้าใจ ซึ่งอาจจะมิใช่ข้อผิดพลาดในการตอบคำถาม โดยโจทย์ต้องการคำตอบแบบมีเหตุผล อาจเกิดความคิดที่ไม่ตรงกับที่โจทย์ต้องการ ยังขาดการอธิบายวิธีทำหรือขั้นตอนการคำนวณ นอกจากนี้การในการคูณเลขนักเรียนส่วนใหญ่จะยังคูณเลขได้ไม่ถูกต้อง รวมทั้งนักเรียนไม่เข้าใจโจทย์เร่งรีบในการตอบ ไม่ตรวจสอบว่าโจทย์ต้องการคำตอบแบบใด ทำให้นักเรียนขาดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เด็กที่มีระดับสติปัญญาสูง จะสามารถพัฒนาการให้เหตุผลให้สูงได้มากกว่าเด็กที่มีระดับสติ ปัญญาต่ำ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัย (Mumu, J., Prahmana, R.C.I. & Tanujaya, B., 2019: 83) เรื่อง วัดทักษะการใช้เหตุผลของนักเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนเกือบทุกคนไม่สามารถตอบคำถามของงานได้อย่างถูกต้อง โจทย์แบบนี้ไม่ค่อยใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประจำ ดังนั้น นักเรียนจึงไม่รู้วิธีการแก้ปัญหาพวกเขา ในทางกลับกันในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ นักเรียนต้องคิด ทางคณิตศาสตร์ (Tanujaya, et al., 2017) นักเรียนต้องสามารถใช้เหตุผลในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ การให้เหตุผลเป็นกระบวนการคิด ซึ่งเป็นผลผลิตของกระบวนการ ซึ่งการคิดเป็นกระบวนการที่จำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Tanujaya, 2014; Mumu, J., Prahmana, R.C.I. & Tanujaya, B., 2018; Haryono & Tanujaya, 2018) และสอดคล้องกับงานวิจัย (Niswah, U., & Qohar, A., 2020: 25)



เรื่อง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แนวคิดปริมาณพีระมิด พบว่า การเรียนรู้ด้วยวิธีการแก้ปัญหาสามารถปรับปรุงด้านความสามารถทางคณิตศาสตร์และความเข้าใจของนักเรียน ซึ่ง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จึงแนะนำให้ครูทราบถึงแนวทางการแก้ปัญหา คือแนวทางแก้ไขและทางเลือกในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และความสามารถในการให้เหตุผล ในการดำเนินการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียน นั้นครูควรจะให้ให้นักเรียนทำงานร่วมกันได้ร่วมกันแก้ไขปัญหาก็ได้ รับ นักเรียนสามารถแสดงข้อโต้แย้งได้ด้วยตนเอง ภาษารวมทั้งมีความมั่นใจมากขึ้นในการนำเสนอ ความคิดของพวกเขา

2. แนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษาแนวทางการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยที่การคิดขั้นสูงผู้วิจัยได้แบ่งตัวแปรออกเป็น 3 ตัวแปร ได้แก่ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, การคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้มีแนวทางการพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนที่ 1 ขั้นการทำความเข้าใจโจทย์ ครูให้นักเรียนได้ฝึกการทำความเข้าใจโจทย์ว่า โจทย์นั้นเขาต้องการถามหาอะไรแล้วเขากำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง โดยที่ครูค่อย ๆ อธิบายอย่างช้า ๆ ชัดเจน และเข้าใจได้ง่าย ขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ครูฝึกให้นักเรียนได้วางแผนในการแก้ปัญหานั้น ๆ โดยที่ครูคอยให้คำแนะนำ ชี้แนะ อยู่ห่าง ๆ ขั้นตอนที่ 3 ปฏิบัติตามแผน ครูได้ให้นักเรียนได้ลงมือแสดงวิธีทำตามแผนที่ตัวเองได้วางไว้ โดยที่ครูจะยกตัวอย่างจากตัวอย่างที่ง่ายไปตัวอย่างที่ยาก และครูจะต้องอธิบายอย่างช้า ๆ ชัดเจน ไม่ใช่คำพูดที่นักเรียนฟังแล้วเข้าใจยากขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ ครูยกตัวอย่างการตรวจสอบคำตอบให้นักเรียนหลาย ๆ ตัวอย่าง และให้นักเรียนได้ลองลงมือทำด้วยตัวเอง โดยที่ครูจะคอยให้คำปรึกษาอยู่ใกล้ ๆ ในส่วนของด้านการคิดวิเคราะห์ผู้วิจัยได้แบ่งออกเป็น 5 ด้าน ได้แก่ ด้านที่ 1 ด้านการเปรียบเทียบ ครูยกอธิบายพร้อมทั้งยกตัวอย่างให้นักเรียน โดยที่ครูต้องอธิบายให้นักเรียนเข้าใจได้ง่าย ไม่ซับซ้อน ด้านที่ 2 การระบุ และยกตัวอย่าง ครูต้องค่อย ๆ ยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างให้นักเรียนดู และค่อย ๆ อธิบาย และให้แบบฝึกหัดให้นักเรียนได้ลงมือทำ ด้านที่ 3 วิเคราะห์ข้อผิดพลาด ครูต้องตรวจสอบก่อนว่านักเรียนมีพื้นฐานมากน้อยแค่ไหน แล้วจึงค่อย ๆ อธิบายวิธีการแสดงวิธีทำหรือวิธีการหาคำตอบ ด้านที่ 4 การสรุป ครูต้องแน่ใจก่อนว่าที่สอยในเนื้อหาที่นักเรียนมีความเข้าใจมากน้อยแค่ไหน โดยครูต้องพานักเรียนสรุปก่อนว่าเป็นมาอย่างไรแบบไหน แล้วหลังจากนั้นให้นักเรียนได้ลองสรุปแล้วให้ออกมาแนะนำเพื่อนหน้าชั้นเรียน ด้านที่ 5 ด้านการนำไปใช้ โดยที่ครูช่วยกันกับนักเรียนก่อน แล้วค่อยให้นักเรียนได้มีการลงมือทำ ตัวแปรสุดท้ายการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้แบ่งเกณฑ์คะแนนออกเป็น 3 คะแนน 2 คะแนน และ 1 คะแนน พบว่า 3 คะแนน นักเรียนส่วนใหญ่ทำคะแนนออกมาได้ดี ครูจึงต้องมีการเพิ่มระดับความยากของโจทย์ขึ้นไปอีกระดับหนึ่ง ระดับคะแนน 2 คะแนน ครูต้องกำชับให้นักเรียน เช็คำตอบหรือขั้นตอนในการหาคำตอบให้ดี ๆ เพราะบางทีนักเรียนอาจมีการรีบในการทำแบบทดสอบจึงเป็นสาเหตุให้มีบางส่วนที่ไม่ถูกต้อง ในระดับคะแนน 3 คะแนน ครูต้องค่อย ๆ สอน หรือยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง และอธิบายอย่างชัดเจน ในบางเนื้อหา ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ (อังคณา อ่อนธานี, 2564) เรื่อง การพัฒนาสมรรถนะการจัดการเรียนรู้ของครูเพื่อส่งเสริมการคิดขั้นสูง สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษา พบว่า ปัจจัยด้านการรับรู้ต่อพฤติกรรมการสอนของครู สัมพันธภาพระหว่างครูกับผู้เรียน และแรงจูงใจในการปฏิบัติงาน จะเป็นปัจจัยที่มาจากตัวครูซึ่งจะเป็นปัจจัยหลักในการพัฒนา ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการคิดขั้นสูง เป็นทักษะการ

เรียนรู้ที่จำเป็นและสำคัญยิ่งในการดำรงชีวิตในโลกของศตวรรษที่ 21 ดังนั้น การพัฒนาครูให้มีสมรรถนะในการสอนเพื่อพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง จึงเป็นกระบวนการที่สำคัญเพื่อให้ครูไทยได้แสดงอัตลักษณ์ของตน ซึ่งครูจะต้องปรับเปลี่ยนกระบวนการคิดของตนเองให้มีชุดความคิดเติบโต (Growth Mindset) เพิ่มขีดความสามารถในความรู้ที่ควรถ่ายทอด ทั้งเนื้อหาความรู้ (Cognitive) วิธีปฏิบัติหรือความสามารถในการใช้ (Skills) และเจตคติ (Attitude) ศึกษาความรู้ที่เกี่ยวข้องเชื่อมโยงกับความรู้ในศาสตร์เฉพาะทางแห่งตน สอดคล้องกับงานวิจัยของ (กมลพร ทองธิยะ, 2021) เรื่อง การพัฒนาการคิดขั้นสูง: ความสามารถทางสติปัญญาที่สำคัญในโลกยุค พบว่า การคิดขั้นสูงเป็นความสามารถทางสติปัญญาที่สามารถฝึกฝน และพัฒนาได้ โดยเริ่มจากการดูแลสุขภาพส่งเสริมปัจจัยที่เอื้อต่อการพัฒนาสมองตนเอง สร้างนิสัยรักการเรียนรู้ การแสวงหาคำตอบโดยการคิดภายใต้หลักแห่งความถูกต้อง ศีลธรรม จริยธรรม และระเบียบกฎหมาย กล้าที่จะแสดงแนวคิดของตนเอง กล้ายอมรับการวิพากษ์วิจารณ์จากผู้อื่น มีความรับผิดชอบ และมีความเป็นประชาธิปไตย ในการจัดการเรียนรู้สำหรับผู้เรียนก็เป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาการคิดขั้นสูง ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 6 ขั้นตอน (6S) ได้แก่ 1) ระบุปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา (specify) 2) วางแผนการดำเนินการ (scheme) 3) ค้นหาและรวบรวมข้อมูล (search) 4) ลงมือแก้ปัญหาและวิเคราะห์ข้อมูล (solve) 5) สร้างความรู้ด้วยตนเอง (shape) 6) นำเสนอและรายงานผล (share)

ข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวาปีปทุม ผู้วิจัยได้มีข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้ และเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป มีรายละเอียดดังนี้

1 ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลวิจัยมาใช้

1.1 ในการศึกษาการคิดขั้นสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผลของการวิจัยในครั้งนี้สามารถนำไปเป็นข้อเสนอแนะในการนำข้อมูลการคิดขั้นสูง ซึ่งประกอบไปด้วยตัวแปร 3 ตัวแปร ได้แก่ 1) การคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ 2) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูและบุคลากรทางการศึกษานำข้อมูลดังกล่าวมาช่วยในการวางแผนการพัฒนาการคิดขั้นสูงของผู้เรียนต่อไป

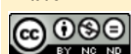
1.2 ข้อมูลการวิจัยนี้สามารถนำเครื่องมือการวิจัยที่ได้จากงานวิจัยชิ้นนี้ ไปประเมินการคิดขั้นสูงของผู้เรียนได้ เพื่อที่จะสร้างการคิดขั้นสูงของผู้เรียนต่อไป

2. ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรศึกษาตัวแปรใดที่ส่งผลต่อการคิดขั้นสูง ที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีการคิดขั้นสูงที่สูงขึ้น

2.2 ควรศึกษาว่าปัจจัยใดที่ทำให้การคิดขั้นสูงของผู้เรียนลดลง เมื่อทราบว่าปัจจัยนั้นเป็นปัจจัยที่ทำให้การคิดขั้นสูงของนักเรียนลดลง ครูจะมีแนวทางพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนได้อย่างไร

2.3 ควรศึกษาแนวทางในการพัฒนาการคิดขั้นสูงของผู้เรียน เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนมีการคิดขั้นสูงมากขึ้นต่อไป



เอกสารอ้างอิง

- กมลพร ทองธิยะ. (2563). การพัฒนาการคิดขั้นสูง: ความสามารถทางสติปัญญาที่สำคัญในโลกยุค New Normal. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร*, 19 (2), 28-44.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2545). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- ราชบัณฑิตยสภา. (2558). *พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ร่วมสมัย ฉบับราชบัณฑิตยสภา*. กรุงเทพฯ: สำนักราชบัณฑิตยสภา.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการใช้คำถามปลายเปิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อังคณา อ่อนธานี. (2564). การพัฒนาสมรรถนะการจัดการเรียนรู้ของครูเพื่อส่งเสริมการคิดขั้นสูง สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษา. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร*. 23(4), 406-418.
- อัมพร ม้าคนอง. (2534) *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เลือกใช้พฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Adams, S., Leslie, C.E., & Beeson, B.F. (1977). *Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach*. New York: Harper & Row.
- Barnett, M. A. (1988). Reading through Context: How Real and Perceived Strategies Use Affects L2 Comprehension. *Modern Language Journal*, 72, 150-162.
<https://doi.org/10.1111/j.1540-4781.1988.tb04177.x>
- Baroody, A.J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating (K-8): Helping Kids Think Mathematically*. New York, NY: Macmillan.
- Căprioară, D. (2014). Problem Solving - Purpose and Means of Learning Mathematics in School. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*. 191 (2), 1859-1864.
<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.04.332>
- Hannah, L. S., & Michaelis, J. U. (1977). *A Comprehensive Framework for Instructional Objectives: A Guide to Systematic Planning and Evaluation*. Reading, MA.: Addison Wesley.

- Haryono, A., & Tanujaya, B. (2018). Profil kemampuan penalaran induktif mahasiswa pendidikan matematika unipa ditinjau dari gaya belajar. *Journal of Honai Math*, 1(2), 127-138. <https://doi.org/10.30862/jhm.v1i2.1049>
- Lasher, E.B., (1972). Educational Media Attitude of and Competencies for Element Teacher. *Dissertation Abstract International*. 32 (June 1972): 6837 A-6938 A).
- Lidya Putri Apriliana, P.L., & Handayani, I., & Awalludin, A.S., (2019). The Effect of a Problem-Centered Learning on Student's Mathematical Critical Thinking. *Journal of Research and Advances in Mathematics Education*. 4 (2), 124-133, July 2019
<http://journals.ums.ac.id/index.php/jramathedu>
- Mumu, J., Prahmana, R.C.I. & Tanujaya, B. (2018). Construction and reconstruction concept in mathematics education. *J. Phys.: Conf. Ser*, 943, 012011. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/943/1/012011>
- Mumu, J., Prahmana, R.C.I. & Tanujaya, B., (2019) Measure Reasoning Skill of Mathematics Students. *International Journal of Higher Education*. 18 (6), 85-91.
<https://doi.org/10.5430/ijhe.v8n6p85>
- Niswah, U., & Qohar, A., (2020). Mathematical Reasoning in Mathematics Learning on Pyramid Volume Concept found that problem-solving learning can improve students' mathematical abilities and comprehension. *Malikussaleh Journal of Mathematics Learning (MJML)*. 3 (1), 23-26. DOI:
<https://doi.org/10.29103/mjml.v3i1.2400>
- Polya, G. (1957). *How to Solve It. A New Aspect of Mathematical Method*. 2nd Edition, Princeton University Press, Princeton.
- Qolfathiriyus, A., Sujadi, I., & Indriati, D., (2018). Students' Analytical Thinking Profile Based on Reflective Cognitive Style in Solving Mathematics Problems. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1306 (2019) 012016 IOP Publishing*,
doi:10.1088/1742-6596/1306/1/012016
- Robert J. Marzano. (2001). *Designing A New Taxonomy of Educational Objectives*. California: Corwin Press, Inc.

- Sternberg, R. J. (1997). The concept of intelligence and its role in lifelong learning and success. *American Psychologist*, 52(10), 1030–1037. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.52.10.1030>
- Sukmaningthias, N., (2016). Improve Analytical Thinking Skill and Mathematical Representation of The Students Through Math Problem Solving. *PROCEEDING OF 3RD INTERNATIONAL CONFERENCE ON RESEARCH, IMPLEMENTATION AND EDUCATION OF MATHEMATICS AND SCIENCE YOGYAKARTA*, 16 – 17 MAY 2016.
- Tanujaya, B., (2014). Development of an Instrument to Measure Higher Order Thinking Skills in Senior High School Mathematics Instruction. *JISAE JOURNAL OF INDONESIAN STUDENT ASSESMENT AND EVALUATION*. 7 (21), DOI:10.21009/JISAE.011.05
- Tanujaya, B., Mumu, J., & Margono, G., (2017). The Relationship between Higher Order Thinking Skills and Academic Performance of Student in Mathematics Instruction. *International Education Studies*. 10 (11), 78-85. doi:10.5539/ies.v10n11p78
- Yamane, T., (1973). *Statistics: an introductory analysis*. New York: New York: Harper & Row.